

Untersuchung des integralen Quanten-Hall-Effektes

Praktikum

am Institut für Festkörperphysik der
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Das zweidimensionale Elektronengas	3
2.1.1	Erzeugung des zweidimensionalen Elektronengases	3
2.1.2	Das zweidimensionale Elektronengas im Magnetfeld	4
2.1.3	Magnetotransport	6
2.2	Integraler Quanten-Hall-Effekt	8
2.2.1	Lokalisierte und delokalisierte Zustände	10
2.2.2	Randkanalbild	12
2.2.3	Probencharakterisierung	14
2.3	Fraktionaler Quanten-Hall-Effekt	15
3	Experimentelle Grundlagen	19
3.1	Prozessierung der Probe	19
3.2	Magnetprobenstab	20
4	Messungen	23
4.1	Magnetotransportmessung	23
4.2	Dauerhafter Photoeffekt	23
4.3	Topgate	24
	Literaturverzeichnis	25

KAPITEL 1

Einleitung

Edwin Herbert Hall zeigte 1879, das sich in einem Leiter senkrecht zur Stromrichtung und senkrecht zum angelegten Magnetfeld ein elektrisches Feld, das Hallfeld, ausbildete. Die beobachtete Hallspannung zeigte klassisch eine lineare Abhängigkeit vom Magnetfeld.

Im Jahre 1980 machte Klaus von Klitzing eine Entdeckung an einem Metall-Oxid-Silizium-Feldtransistor (MOSFET) bei tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern, die nicht dem klassischen Verlauf der Hallspannung entspricht. Durch das Anlegen einer Spannung an die Steuerelektrode des MOSFET wurde die Bewegung der Elektronen auf eine Ebene beschränkt und es bildete sich ein so genanntes zweidimensionales Elektronengas (2DEG) aus. Senkrecht zum angelegten Strom am MOSFET und senkrecht zu einem Magnetfeld wurde die Hallspannung gemessen. In der Hallspannung beobachtete von Klitzing die Bildung von Plateaus. In der Spannung längs zum angelegten Strom wurde gleichzeitig eine Oszillation gemessen, deren Minima mit den Plateaus korrespondieren.

Die Hallplateaus liegen nur bei bestimmten, quantisierten Werten R_K/ν , wobei der Füllfaktor ν eine ganze Zahl ist. Da die Werte für die Hallplateaus nur von Naturkonstanten und einer ganzen Zahl abhängen, sind sie unabhängig von Proben- und Materialparametern und damit in jedem zweidimensionalen Elektronengas gleich.

Für die Entdeckung des Quanten-Hall-Effektes erhielt Klaus von Klitzing 1985 den Nobelpreis für Physik.

Eine höhere Elektronenbeweglichkeit im 2DEG wurde durch die Verwendung von so genannten Halbleiterheterostrukturen erreicht. An einer solchen Halbleiterheterostruktur mit hoher Mobilität wurde 1982 von D. C. Tsui, H. L. Störmer und A. C. Gossard bei Quanten-Hall-Messungen ein Plateau für $\nu = 1/3$ entdeckt. Kurz darauf wurden weitere Hallplateaus bei gebrochenzahligen Werten entdeckt. 1983 veröffentlichte R. B. Laughlin eine quantenmechanische Beschreibung, die anhand eines Viel-Teilchen-Modells die gebrochenzahligen Werte für $\nu < 1$ erklärte.

D. C. Tsui, H. L. Störmer und R. B. Laughlin erhielten für die Entdeckung des fraktionalen Quanten-Hall-Effektes 1998 den Nobelpreis für Physik.

Der Quanten-Hall-Effekt ist auch ein Vierteljahrhundert nach seiner Entdeckung Gegenstand der aktuellen Forschung. Insbesondere der fraktionale Quanten-Hall-Effekt ist in seiner theoretischen Beschreibung so anspruchsvoll, dass noch nicht alle experimentellen Ergebnisse verstanden sind. Mit der Einführung des Composite Fermionen-Bildes [Jai89] wird der fraktionale Quanten-Hall-Effekt verständlicher, aber nicht vollständig beschrie-

ben. Die Composite Fermionen sind Quasiteilchen, die sich aus einem Elektron und einer geraden Anzahl von magnetischen Flussquanten zusammensetzen. Dadurch erfährt das Elektron nur ein reduziertes, effektives Magnetfeld und das Quasiteilchen verhält sich wie ein Elektron in einem normalen Magnetfeld. Somit lässt sich das Verhalten des integralen Quanten-Hall-Effektes auf den fraktionalen Quanten-Hall-Effekt abbilden.

Trotz der noch nicht eindeutigen theoretischen Erklärung ist die Untersuchung des fraktionalen Quanten-Hall-Effektes von großem Interesse.

In diesem Praktikum werden die Grundlagen der Quanten-Hall-Physik vorgestellt. Zuerst wird ein Überblick über die Theorie hinter dem Quanten-Hall-Effekt gegeben und ein Einblick in die Probenherstellung. In eigenen Magnetotransportmessungen sollen die Eigenschaften der verwendeten Heterostrukturen untersucht und bestimmt werden.

Viel Spaß dabei!

KAPITEL 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Das zweidimensionale Elektronengas

Im Folgenden werden die grundlegenden Eigenschaften eines zweidimensionalen Elektronengases bei tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern betrachtet. Dazu wird zuerst die Erzeugung eines zweidimensionalen Elektronengases betrachtet und anschließend wird auf die theoretischen Grundlagen des zweidimensionalen Elektronengases bei tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern eingegangen.

2.1.1 Erzeugung des zweidimensionalen Elektronengases

In einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) verläuft die Bewegung der Elektronen in einer Ebene, die Bewegung ist somit auf zwei Raumrichtungen eingeschränkt. Eine Möglichkeit, ein 2DEG zu erzeugen, ist die Kombination von verschiedenen Verbindungshalbleitern mit unterschiedlich großen Bandlücken. An einer bestimmten Grenzfläche zwischen den einzelnen Halbleitern kann sich ein 2DEG ausbilden. Durch geeignete Kombination verschiedener Elemente kann die Gitterkonstante und die Bandlücke des Halbleiters variiert werden. Das im Praktikum vermessene Probenmaterial besteht aus einer ternären Verbindung von Elementen der 3. und 5. Hauptgruppe des Periodensystems und zwar $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. Bei diesem Halbleiter lässt sich die Größe der Bandlücke durch den Aluminium-Anteil x variieren. Durch die Variation von $0 < x < 1$ lassen sich so Bandlücken zwischen 1,42 eV und 2,16 eV erreichen. Bei steigendem Aluminium-Anteil verschiebt sich das Leitungsbandminimum Γ zu höheren Energien, so dass bei einem Aluminium-Anteil von $x > 0,45$ das Leitungsbandminimum X die Unterkante des Leitungsbandes bildet und so ein indirekter Halbleiter erzeugt wird. Es wird daher versucht, die Bandlücke so groß wie möglich zu wählen, aber trotzdem einen direkten Halbleiter zu behalten. Der Aluminium-Anteil liegt meistens bei 30%.

Zur theoretischen Beschreibung des 2DEGs wird die zeitunabhängige, dreidimensionale Schrödinger-Gleichung benutzt [Sch02]:

$$H \Psi(x,y,z) = E \Psi(x,y,z) \tag{2.1}$$

Dabei ist H der Hamiltonoperator, der das System vollständig beschreibt, E die Energie und $\Psi(x,y,z)$ die Wellenfunktion der Elektronen. Die Bewegung der Elektronen soll sich auf die xy -Ebene beschränken und in z -Richtung quantisiert sein. Dazu wird die zeitunabhängige Schrödingergleichung in einen xy -Anteil und einen z -Anteil separiert [Sch02]

$$(H_{xy} + H_z) \Psi_{xy}(x,y) \Psi_z(z) = (E_{xy} + E_z) \Psi_{xy}(x,y) \Psi_z(z) \quad (2.2)$$

Die z -Komponente lässt sich für die eindimensionale Schrödingergleichung lösen und führt für einen Potentialtopf $V(z)$ zu diskreten Energieeigenwerten

$$H_z \Psi_z(z) = E_z^i \Psi_z(z) \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.3)$$

Alle Lösungen der eindimensionalen Schrödingergleichung zu einem Energieeigenwert E_z^i werden zu einem Subband zusammengefasst. Für jeden Energieeigenwert E_z^i muss die ungehinderte Bewegung in der xy -Ebene berücksichtigt werden und so folgt für die Gesamtenergie:

$$E^i = E_z^i + \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2)}{2 m^*} \quad (2.4)$$

E_z^i ist das Energieminimum des i -ten Subbandes und m^* ist die effektive Elektronenmasse für die Bewegung in der xy -Ebene. Ist nun in einem System mehr als ein Subband besetzt, trägt nur das oberste, besetzte Subband zum Transport bei. Bei tiefen Temperaturen können alle besetzten Subbänder zum Transport beitragen. Es entstehen mehrere zu einander parallele 2DEGs. Um nur ein 2DEG zu erhalten, muss die Elektronenkonzentration n_e so klein gewählt werden, dass nur das unterste Subband besetzt ist. Dazu wird zunächst die Zustandsdichte, die der Summe der besetzten Zustände entspricht, betrachtet. Die Zustandsdichte

$$D(E) = \sum_i D^i(E) = \sum_i \frac{g_s m^*}{2 \pi \hbar^2} (E - E^i) \quad (2.5)$$

ist für alle Subbänder konstant. Mit g_s wird die Spinartung berücksichtigt. Die Elektronenkonzentration n_e muss die Bedingung

$$n_e < D(E) (E_z^1 - E_z^0) \quad (2.6)$$

erfüllen, damit bei tiefen Temperaturen nur ein Subband besetzt ist.

Bei dem untersuchten Probenmaterial ist diese Bedingung bei einer Elektronenkonzentration von $n_e \approx 10^{15} \text{ m}^{-2}$ erfüllt.

2.1.2 Das zweidimensionale Elektronengas im Magnetfeld

Die Bewegungsfreiheit der Elektronen wird in der xy -Ebene eingeschränkt, sobald senkrecht zum 2DEG in z -Richtung ein Magnetfeld angelegt wird. Im folgenden wird betrachtet, welchen Einfluss das senkrechte Magnetfeld auf die Bewegung der Elektronen hat.

Klassisch betrachtet werden die Elektronen durch das Magnetfeld aufgrund der Lorentzkraft auf Kreisbahnen abgelenkt. Die Elektronen können sich im Magnetfeld mit der Frequenz ω_c ,

der Zyklotronfrequenz, nur auf bestimmten, voneinander getrennten Kreisbahnen bewegen. Für die quantenmechanische Betrachtung wird die zeitunabhängige Schrödingergleichung für freie Elektronen im Magnetfeld gelöst. Der Hamiltonoperator lässt sich dann in einen z-Anteil und einen dazu senkrechten Anteil separieren [Sch02]:

$$H = H_z + H_\perp = \frac{p_z^2}{2m_e} + V(z) + H_\perp \quad (2.7)$$

p_z ist der Impuls in z-Richtung und m_e ist die Ruhemasse des Elektrons. Der senkrechte Anteil des Hamiltonoperators H_\perp kann auch als harmonischer Oszillator dargestellt werden,

$$H_\perp = \hbar \omega_c \left(a^+ a + \frac{1}{2} \right). \quad (2.8)$$

Wobei ω_c die Zyklotronfrequenz ist und a^+ und a dem Erzeuger- bzw. Vernichter-Operator entsprechen. Die Energieeigenwerte des harmonischen Oszillators sind

$$E_{n_{LL}} = \hbar \omega_c \left(n_{LL} + \frac{1}{2} \right) \quad (2.9)$$

mit $n_{LL} \in \mathbb{N}$. Die Zyklotronfrequenz ist

$$\omega_c = \frac{eB_\perp}{m^*} \quad (2.10)$$

wobei B_\perp der Anteil des Magnetfeldes ist, der senkrecht zum 2DEG ist. Die diskreten Energieniveaus des harmonischen Oszillators werden auch Landau-Niveaus (*engl.* Landau-Level) genannt.

Die Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung für freie Elektronen im Magnetfeld liefert die folgenden Energien

$$E_{n_{LL},s}^i = E_z^i + \hbar \omega_c \left(n_{LL} + \frac{1}{2} \right) + sg^* \mu_B B \quad (2.11)$$

mit $n_{LL} \in \mathbb{N}$, $s = \pm 1/2$ für den Spin und $i \in \mathbb{N}$. μ_B ist das Bohrsche Magneton und g^* der effektive Landé g-Faktor. Der dritte Term in Gl.(2.11) ist der Zeeman-Term und berücksichtigt die Energieaufspaltung aufgrund der Wechselwirkung zwischen Spin und Magnetfeld.

Beim Anlegen eines Magnetfeldes wird die Entartung der Energieniveaus aufgehoben und die Landau-Niveaus haben einen Abstand von $\hbar \omega_c$ (ohne Berücksichtigung des Spins) zueinander. In jedem Landau-Niveau gibt es bei endlichen Magnetfeld genauso viele Zustände, wie es Zustände bei $B = 0$ T in der Fläche zwischen zwei Landau-Niveaus gab. Die Summe der Zustände je Landau-Niveau und Flächeneinheit ist

$$n_L = \frac{eB}{h} = \frac{B}{\Phi_0}. \quad (2.12)$$

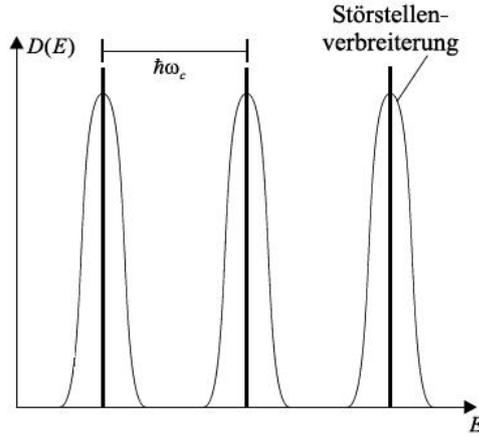


Abbildung 2.1: Zerfall der Zustandsdichte $D(E)$ eines Subbandes in eine Reihe von Deltafunktionen im Magnetfeld mit Störstellenverbreiterung

Φ_0 ist der magnetische Fluss. Die Gesamtzahl der besetzten Landau-Niveaus innerhalb eines Subbandes wird durch den Füllfaktor ν gegeben

$$\nu = \frac{n_e}{n_L} = \frac{n_e h}{Be}. \quad (2.13)$$

n_e ist die Elektronenkonzentration.

Werden die magnetfeldabhängigen Energieniveaus $E_{n_{LL},s}^i$ aus Gleichung (2.11) in die Zustandsdichte $D(E)$ (2.5) eingesetzt, so ergibt sich daraus die Zustandsdichte im Magnetfeld:

$$D(E) = \frac{eB}{h} \sum_{i,n_{LL},s} \delta(E - E_{n_{LL},s}^i) \quad (2.14)$$

Die konstante Zustandsdichte zerfällt in einem Magnetfeld in eine Reihe von Deltafunktionen. Die deltaförmigen Zustände sind wegen der Streuung der Elektronen an Störstellen, Kristalldefekten etc. energetisch verbreitert und können durch Gaußfunktionen beschrieben werden (Abb. 2.1).

2.1.3 Magnetotransport

Im folgendem werden die Transporteigenschaften des 2DEGs untersucht. Da die Elektronenbewegung im Magnetfeld zweidimensional ist, sind der spezifischer Widerstand und die Leitfähigkeit Tensoren 2. Stufe. In einem 2DEG ergibt sich zwischen dem elektrischen Feld \mathbf{E} und der Stromdichte \mathbf{j} folgender Zusammenhang [Kit06]

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{E} = \hat{\rho} \mathbf{j}. \quad (2.15)$$

Der Leitfähigkeitstensor $\hat{\sigma}$ und der Widerstandstensor $\hat{\rho}$ haben die Form

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

und sind zueinander invers,

$$\hat{\sigma} = \hat{\rho}^{-1}. \quad (2.17)$$

Aus der Annahme, das 2DEG sei isotrop folgt für den Leitfähigkeitstensor

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

und für den Widerstandstensor gilt dann

$$\hat{\rho} = \frac{1}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Die Tensoren werden für $B = 0 \text{ T}$ diagonal; daher können $\hat{\sigma}$ und $\hat{\rho}$ als Skalare geschrieben werden. Für ein endliches Magnetfeld $B \neq 0 \text{ T}$ können Leitfähigkeitstensor $\hat{\sigma}$ und Widerstandstensor $\hat{\rho}$ experimentell über ρ_{xx} und ρ_{xy} bestimmt werden. Die klassische Drude-Theorie mit einer Relaxationszeit τ kann für hinreichend kleine Magnetfelder angewendet werden. So ergibt sich

$$\rho_{xx} = \frac{1}{\sigma_{xx}} = \frac{1}{en_e\mu_e} \quad \text{und} \quad \rho_{xy} = \frac{B}{en_e} \quad (2.20)$$

μ_e ist die Beweglichkeit der Elektronen. Sie ergibt sich aus der mittleren Zeit τ zwischen zwei Stößen des Elektrons mit der atomaren Umgebung,

$$\mu_e = \frac{e\tau}{m^*}, \quad (2.21)$$

und bestimmt die Driftgeschwindigkeit $v_{Drift} = -\mu_e \mathbf{E}$ im elektrischen Feld.

Am häufigsten bei Magnetotransportmessungen am 2DEG werden die Komponenten ρ_{xx} und ρ_{xy} des Widerstandstensors $\hat{\rho}$ mit einer Hallgeometrie (*engl.* Hallbar) bestimmt (siehe Abb. 2.2). Über die Hallgeometrie wird in Längsrichtung ein konstanter Strom I angelegt. Wird dann senkrecht zum 2DEG und senkrecht zum Strom I ein Magnetfeld angelegt, so werden die Elektronen im 2DEG aufgrund der Lorentzkraft zur Seite abgelenkt. Parallel zum Strom wird die Längsspannung U_{xx} gemessen und senkrecht zum Strom die Hallspannung U_{xy} . Aus den gemessenen Spannungen U_{xx} und U_{xy} lassen sich die spezifischen Widerstände ρ_{xx} und ρ_{xy} bestimmen:

$$R_{xx} = \frac{U_{xx}}{I} = \frac{l}{b} \rho_{xx} \quad \text{Längswiderstand} \quad (2.22)$$

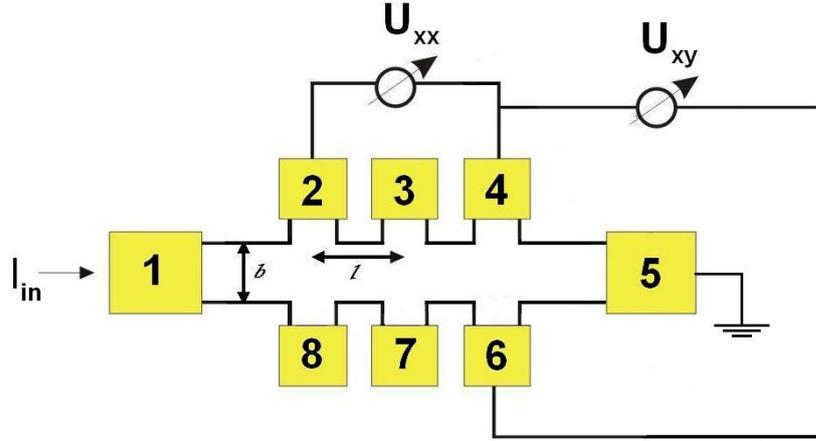


Abbildung 2.2: Zwischen den Kontakten 1 und 5 wird längs über die Hallgeometrie ein konstanter Strom angelegt. Parallel zum Strom wird die Längsspannung U_{xx} zwischen den Kontakten 2 und 4 gemessen und senkrecht zum Strom wird die Hallspannung U_{xy} zwischen den Kontakten 4 und 6 gemessen.

$$R_{xy} = \frac{U_{xy}}{I} = \frac{B_{\perp}}{n_e e} \quad \text{Hallwiderstand} \quad (2.23)$$

l ist der Abstand zwischen den beiden Kontakten, an denen in Längsrichtung gemessen wird, und b die Breite der Hallgeometrie. Der klassische Hallwiderstand ist linear zum Magnetfeld und die Gleichung (2.23) gilt für hinreichend kleine Magnetfelder. Bei größeren Magnetfeldern treten Plateaus im Hallwiderstand aufgrund des Quanten-Hall-Effektes auf. Auf diesen soll im Folgenden eingegangen werden.

2.2 Integraler Quanten-Hall-Effekt

Klassisch wird für den Hallwiderstand R_{xy} bei magnetfeldabhängigen Messungen wegen des Hall-Effektes, benannt nach seinem Entdecker Edwin Hall, ein linearer Anstieg mit dem Magnetfeld erwartet (siehe Gl. 2.23). Wird nun der Hallwiderstand an einem 2DEG bei tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern gemessen, tritt der klassische Hall-Effekt nur bei hinreichend kleinen Magnetfeldern auf. Bei größeren Magnetfeldern werden Plateaus im Hallwiderstand beobachtet. Diese Plateaus, Hallplateaus genannt, werden von Minima im Längswiderstand R_{xx} begleitet (siehe Abb. 2.4). Der Längswiderstand oszilliert bei Magnetotransportmessungen. Die Oszillationen werden als Shubnikov-de-Haas-Oszillationen (SdH-Oszillationen) bezeichnet und wurden erstmals 1930 von Shubnikov und de Haas an dünnen Metallen beobachtet [Shu30]. 1980 beobachtete Klaus von Klitzing als Erster die Bildung von Hallplateaus [vK80], die nur für bestimmte, quantisierte Werte des Hallwiderstandes gemäß der Formel

$$R_H = \rho_{xy} = \frac{h}{\nu e^2} = \frac{R_K}{\nu} \quad \nu = 1, 2, 3 \dots \quad (2.24)$$

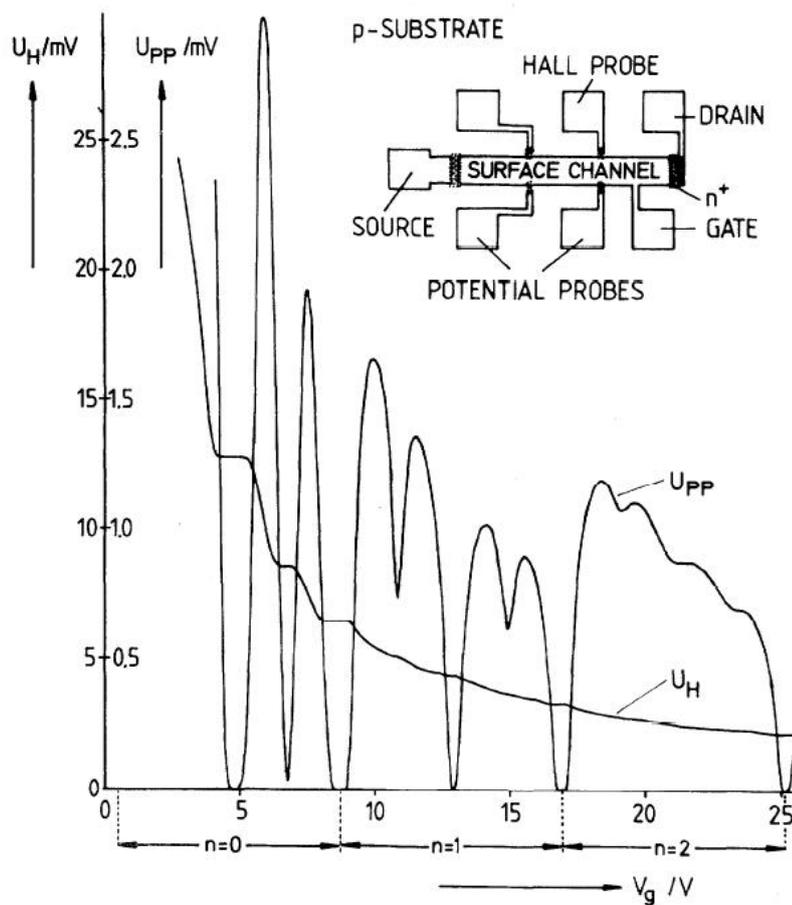


Abbildung 2.3: Original Quanten-Hall-Messung von Klaus von Klitzing mit dem verwendeten Probenschema rechts oben [vK80].

auftreten. R_K ist die von Klitzing-Konstante. Diese lässt sich aus Naturkonstanten zusammensetzen und wird daher in jedem 2DEG unabhängig von Proben- und Materialparametern gemessen. Wegen der guten Reproduzierbarkeit der von Klitzing-Konstante wird der Quanten-Hall-Effekt zur Kalibrierung von Widerständen genutzt. Für die Entdeckung des Quanten-Hall-Effektes erhielt Klaus von Klitzing 1985 den Nobelpreis für Physik.

Der Quanten-Hall-Effekt wird unterschieden in den integralen Quanten-Hall-Effekt (IQHE) für ganzzahlige Werte von ν und in den fraktionalen Quanten-Hall-Effekt (FQHE) für gebrochenzahlige Werte von ν .

Im folgenden Abschnitt werden zwei theoretische Modelle zur Erklärung des IQHE vorgestellt. Zum einen gibt es die Beschreibung des Magnetotransports über lokalisierte und delokalisierte Zustände, Abschnitt 2.2.1. Mit diesem theoretischen Modell lässt sich am besten die Existenz und die Breite der Hallplateaus erklären, sowie das entsprechende Verhalten der SdH-Oszillationen. Im anschließenden Abschnitt 2.2.2 wird das Randkanalbild beschrieben. Bei dieser Beschreibung wird angenommen, dass der Strom nur am Rand fließt. Das Modell des Randkanalbildes eignet sich für die Erklärung der quantisierten

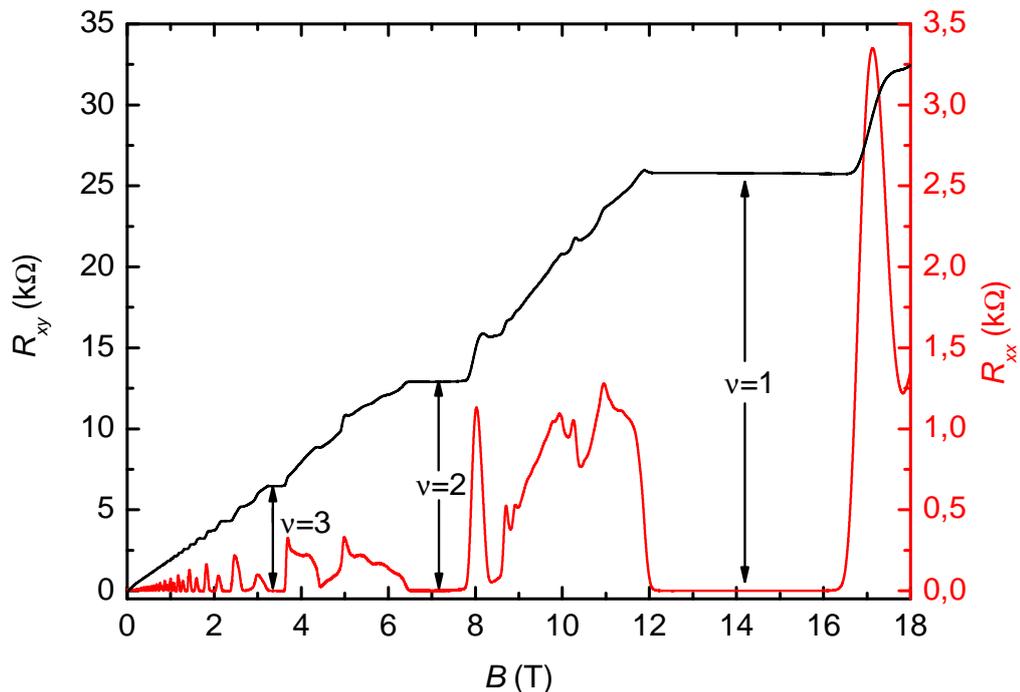


Abbildung 2.4: Typischer Verlauf von Hallwiderstand R_{xy} und Längswiderstand R_{xx} eines 2DEGs im Magnetfeld im Bereich des IQHE.

Werte des Hallwiderstandes.

Beide Modelle schließen sich nicht gegenseitig aus, sondern können gleichberechtigt zur Erklärung der IQHE herangezogen werden.

In Abschnitt 2.2.3 wird beschrieben, wie mit Magnetotransportmessungen im Regime des QHEs der Zustand einer Probe charakterisiert wird.

2.2.1 Lokalisierte und delokalisierte Zustände

Die Bildung von Hallplateaus, sowie das korrespondierende Verhalten der SdH-Oszillationen für ganzzahlige Füllfaktoren ν lässt sich anhand von lokalisierten und delokalisierten Zuständen erklären. Die Elektronen können sich in delokalisierten Zuständen ungehindert im 2DEG bewegen. Es findet ein Stromtransport statt. Die Wellenfunktion der Elektronen in delokalisierten Zuständen ist über die ganze Probe ausgedehnt. In lokalisierten Zuständen werden die Elektronen allerdings an Kristalldefekten, Störstellen oder ähnlichen gestreut. Sie werden lokalisiert und tragen nicht mehr zum Stromtransport bei.

Ausgangspunkt für diese theoretische Beschreibung ist die magnetfeldabhängige Zustandsdichte $D(E)$ (Gl.(2.14)), des 2DEGs, die sich aus einer Reihe von Deltafunktionen zusammensetzt. Die deltaförmigen Zustände, die Landau-Niveaus, sind durch Streuung der Elektronen an Störstellen etc. energetisch verbreitert und werden durch eine Gaußfunktion

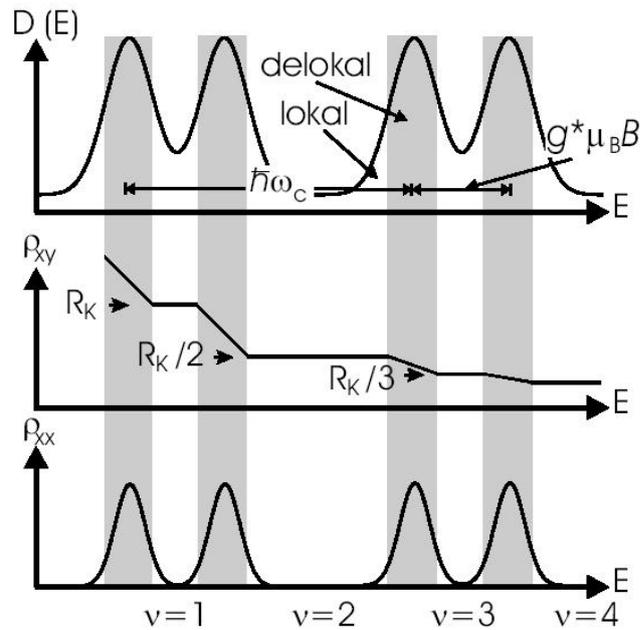


Abbildung 2.5: IQHE im Bild lokalisierter und delocalisierter Zustände.

Oben: Zustandsdichte $D(E)$ im Magnetfeld mit Störstellenverbreiterung. Wird das Magnetfeld erhöht durchlaufen die lokalisierten und delocalisierten Zustände verschiedene Energiewerte und somit die Fermienergie. Im Bereich delocalisierter Zustände an der Fermikante findet Magnetotransport statt.

Mitte: ρ_{xy} steigt bei Erhöhung des Magnetfeldes an und hat Plateaus bei voll besetzten Niveaus, d.h. für ganzzahlige Füllfaktoren ν .

Unten: ρ_{xx} hat einen endlichen Wert, wenn Magnetotransport über die Probe stattfindet [SW04].

beschrieben.

Die Landau-Niveaus sind entartet, erst bei einem endlichen Magnetfeld kommt es zur Aufhebung der Entartung. Wächst das Magnetfeld an, verschieben sich die Landau-Niveaus zu höheren Energien. Dabei durchlaufen die verbreiterten Landau-Niveaus nacheinander die Fermienergie E_F . Magnetotransport findet nur an der Fermikante statt. Hier können Ladungsträger in freie, unbesetzte Zustände gestreut werden, denn die Fermienergie ist so definiert, dass alle Zustände darunter besetzt sind und alle Zustände darüber frei sind. Mit wachsendem Magnetfeld durchlaufen mal lokalisierte und mal delocalisierte Zustände die Fermienergie.

Durchläuft ein delocalisierter Zustand die Fermienergie, wächst der Hallwiderstand mit zunehmender Besetzung des freien Zustandes linear mit dem Magnetfeld an. Der Längswiderstand hat hier bei Transport durch Streuung einen endlichen Wert. Im Bereich eines lokalisierten Zustandes, findet kein Magnetotransport statt und die Leitfähigkeit σ_{xx} geht gegen Null und somit auch der Längswiderstand. Der Hallwiderstand hat hier einen konstanten Wert und es entsteht ein Hallplateau (siehe Abb. 2.5).

2.2.2 Randkanalbild

Ein anderes Modell zur Beschreibung des IQHE ist das Randkanalbild. Hier fließt der Strom über Kanäle am Rand der Hallgeometrie.

Zuerst wird eine anschauliche, aber semi-klassische Beschreibung für das Modell der Randkanäle benutzt. Elektronen im 2DEG werden in einem senkrechten Magnetfeld wegen der Lorentzkraft auf Kreisbahnen abgelenkt. Die Kreisbahnen sind quantisiert, sie können nur bestimmte, erlaubte Radien, die Zyklotronradien, annehmen. Die Anzahl der erlaubten Radien hängt von den besetzten Landau-Niveaus im 2DEG ab. Sind beispielsweise drei Landau-Niveaus besetzt sind nur drei Zyklotronradien erlaubt (siehe Abb. 2.6). Da eine endliche Probenausdehnung vorliegt, bewegen sich nur die Elektronen im Probeninneren auf geschlossenen Zyklotronbahnen. Diese tragen allerdings nicht zum Stromtransport bei. Am Probenrand können die Elektronen nicht die volle Kreisbewegung ausführen. Sie werden am Rand reflektiert und „hüpfen“ in Halbkreisen mit Zyklotronradius am Probenrand entlang. Nur die Elektronen am Rand tragen zum Strom bei.

Eine genauere Beschreibung des Randkanalbildes liefert die quantenmechanische Betrachtung. Dabei wird die endliche Probendimension als ein Einschlusspotential berücksichtigt. Mit dieser Voraussetzung werden die Landau-Niveaus am Probenrand energetisch angehoben. Am Rand kreuzen die Energieniveaus die Fermienergie und an den Schnittstellen entstehen eindimensionale Randkanäle. Im 2DEG bilden sich Regionen gleicher Energie aus, in denen die Elektronen in freie Zustände gestreut werden können und der Stromtransport stattfindet. Diese Regionen werden auch kompressibel genannt. Dazwischen befinden sich Regionen, in denen die Landau-Niveaus besetzt sind. Diese Regionen sind isolierend und werden als inkompressibel bezeichnet. So bilden sich am Rand Streifen aus, die abwechselnd leitend und isolierend sind.

Mit Hilfe des Randkanalbildes lassen sich die quantisierten Werte der Hallplateaus erklären. Dazu wird der Landauer-Büttiker-Formalismus benötigt. Der Landauer-Büttiker-Formalismus beruht auf der Annahme, dass der Stromtransport nur über eindimensionale Kanäle stattfindet. Die eindimensionalen Kanäle verlaufen zwischen den einzelnen Probenkontakten. Zu jedem Kontakt können mehrere Leitungskanäle führen. Das Verhalten des einzelnen Kontaktes beim Ladungstransport, wird durch Transmissions- und Reflexionsko-

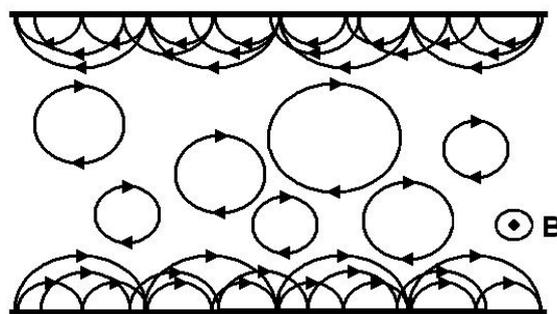


Abbildung 2.6: IQHE im Randkanalbild der Skipping Orbits. Gezeigt ist der Fall für drei besetzte Landau-Niveaus. Die Elektronen werden am Rand reflektiert und tragen zum Strom über die Probe bei.

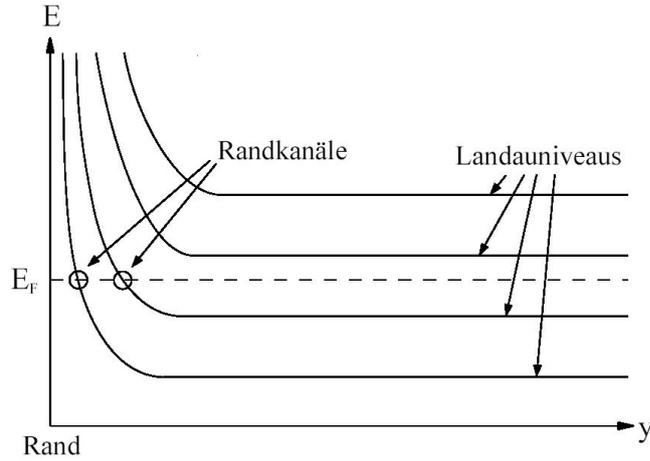


Abbildung 2.7: Die Landau-Niveaus werden am Probenrand hochgebogen. Es entstehen Randkanäle am Schnittpunkt von Landau-Niveau und Fermienergie [Müh02].

effizienten bestimmt. Für N Leitungskanäle zwischen den Kontakten i und j , folgt für den Strom I durch den Kontakt i :

$$I_i = \frac{e}{h} \left\{ (N - r_{ij}\mu_i) - \sum_{j \neq i}^N t_{ij}\mu_j \right\} \quad (2.25)$$

r_{ij} ist der Reflexionskoeffizient und t_{ij} ist der Transmissionskoeffizient zwischen den Kontakten i und j . μ_i ist eine Potentialdifferenz. Bei einem ganzzahligen Füllfaktor ν liegt eine vollständige Transmission vor und der Füllfaktor entspricht der Anzahl der Randkanäle.

Im Landauer-Büttiker-Formalismus wird der Stromtransport durch eine Hallgeometrie, wie die in Abbildung 2.2, wie folgt beschrieben:

Ausgehend von Abbildung 2.2 sind die Kontakte 2, 3, 4, 6, 7 und 8 Potentialkontakte und leiten keinen Strom in die Probe. Die Kontakte 1 und 5 sind ideale Stromkontakte. Mit diesen Annahmen folgt für die benutzte Hallgeometrie aus $I_2 = I_3 = I_4 = I_6 = I_7 = I_8 = 0$:

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \quad \text{und} \quad \mu_5 = \mu_6 = \mu_7 = \mu_8 \quad (2.26)$$

Für die idealen Stromkontakte folgt aus Gleichung 2.25

$$I_1 = -I_5 = \frac{e}{h} \nu (\mu_2 - \mu_8) = I. \quad (2.27)$$

Durch Umformen ergibt sich

$$\mu_2 - \mu_8 = \frac{h}{e\nu} I. \quad (2.28)$$

So folgt für den Hallwiderstand

$$R_{xy} = \frac{U_{xy}}{I} = \frac{h}{e^2\nu} \quad \text{mit} \quad U_{xy} = \frac{\mu_2 - \mu_8}{e} \quad (2.29)$$

Zwischen zwei gegenüberliegenden Kontakten fällt bei ganzzahligen Füllfaktoren genau die Hallspannung ab und der Hallwiderstand entspricht einem quantisierten Wert. Mit dem Landauer-Büttiker-Formalismus lassen sich auch komplizierte Probengeometrien beschreiben.

2.2.3 Probencharakterisierung

Durch Messungen von Längs- und Querwiderstand an einer Hallgeometrie lassen sich wichtige Parameter zur Charakterisierung des 2DEGs bestimmen. Die Elektronenkonzentration n_e wird anhand des QHE oder der SdH-Oszillation bestimmt. Die Elektronenbeweglichkeit μ_e lässt sich bei $B = 0$ T aus der SdH-Oszillation berechnen.

Eine Möglichkeit, die Elektronenkonzentration n_e zu bestimmen, folgt direkt aus der Definition des Füllfaktors, Gleichung (2.13),

$$n_e = \frac{\nu B(\nu) e}{h} \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (2.30)$$

$B(\nu)$ ist das Magnetfeld zu einem festen Füllfaktor ν . Der Wert von $B(\nu)$ liegt in der Mitte des Hallplateaus für ν bzw. liegt an der Stelle des korrespondierenden Minimums in der SdH-Oszillation.

Kann das Magnetfeld $B(\nu)$ nicht exakt bestimmt werden, weil das Hallplateau oder das SdH-Minimum zu breit ist, gibt es weitere Möglichkeit die Elektronenkonzentration zu bestimmen.

Die Elektronenkonzentration n_e lässt sich auch aus der Periodizität der $1/B$ -Oszillation bestimmen. Dabei wird die Oszillation des Längswiderstandes R_{xx} über das entsprechende inverse Magnetfeld aufgetragen (siehe Abb. 2.8) und die Periode $\Delta 1/B$ der Oszillationen bestimmt

$$n_e = \frac{2e}{h} \left(\Delta \frac{1}{B} \right)^{-1} \quad (2.31)$$

wobei der Faktor 2 berücksichtigt, dass bei kleinen Magnetfeldern keine Spinaufspaltung vorliegt.

Im klassischen Bereich, also bei kleinen Magnetfeldern oder hinreichend hohen Temperaturen, gibt die Steigung des Hallwiderstandes Auskunft über die Elektronenkonzentration

$$n_e = \frac{1}{e} \left(\frac{\partial R_{xx}}{\partial B} \right)^{-1} \quad (2.32)$$

Die Elektronenbeweglichkeit μ_e wird, sofern die Elektronenkonzentration n_e bekannt ist, direkt aus der Messung des Längswiderstandes R_{xx} bei $B = 0$ bestimmt

$$\mu_e = \frac{l}{bR_{xx}(B=0)} \frac{1}{en_e} = \frac{1}{\rho_0 en_e} \quad (2.33)$$

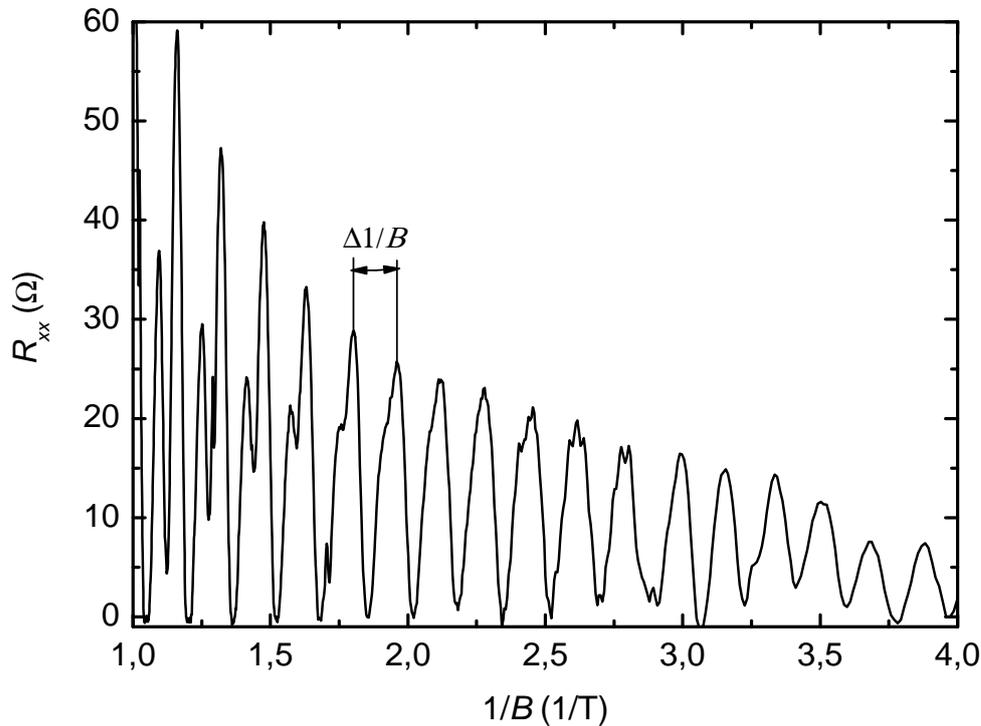


Abbildung 2.8: Ausschnitt des Längswiderstandes R_{xx} über $1/B$.

ρ_0 ist der spezifische Längswiderstand ρ_{xx} bei $B = 0$ T. Für die bei diesen Versuchen verwendete Hallgeometrie ist $b = 200 \mu\text{m}$ und der Abstand zwischen zwei benachbarten Längskontakten ist $l = 250 \mu\text{m}$.

2.3 Fraktionaler Quanten-Hall-Effekt

Beim IQHE bilden sich im Hallwiderstand Plateaus für ganzzahlige Füllfaktoren ν aus und der korrespondierende Längswiderstand hat an dieser Stelle ein Minimum. Der höchste Wert für ein Hallplateau ist im IQHE beim Füllfaktor $\nu=1$, denn hier hat das letzte Landau-Niveau die Fermienergie erreicht.

Im Jahre 1982 führten Daniel C. Tsui, Horst L. Störmer und Art C. Gossard Quanten-Hall-Messungen an einer sehr reinen GaAs/AlGaAs Heterostruktur mit einer hohen Elektronenbeweglichkeit μ_e durch. Mit dieser Heterostruktur entdeckten sie, dass nach dem bis dahin höchsten Hallplateau für $\nu=1$ ein weiteres Hallplateau bei höherem Magnetfeld auftauchte. Dieses Hallplateau entsprach einem Füllfaktor von $\nu=1/3$ und wurde begleitet von einem Minimum im Längswiderstand [Tsu82] (Abb. 2.9). Kurz darauf wurden weitere gebrochenzahlige Füllfaktoren an Proben mit höheren Mobilitäten beobachtet.

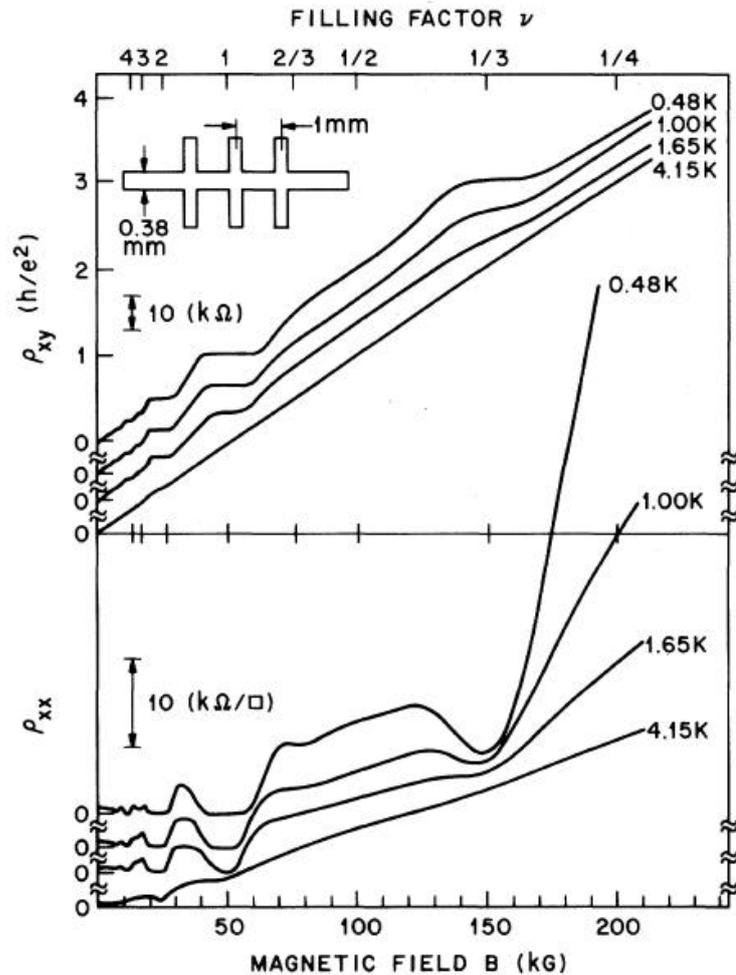


Abbildung 2.9: Typischer Verlauf von Hallwiderstand R_{xy} und Längswiderstand R_{xx} eines 2DEGs im Magnetfeld im Bereich des FQHE. Gezeigt ist die Originalmessung aus [Tsu82] an einer Hallgeometrie bei verschiedenen Temperaturen.

Die Hallplateaus bei gebrochenzahligen Füllfaktoren lassen sich ähnlich wie beim IQHE unabhängig von Proben- oder Materialparametern bei hohen Mobilitäten reproduzieren. Am deutlichsten ausgeprägt ist das Hallplateau und das korrespondierende Minimum in der SdH-Oszillation beim Füllfaktor $\nu=1/3$. Die möglichen gebrochenzahligen Füllfaktoren entsprechen der Formel

$$\nu = \frac{p}{2mp \pm 1} \quad p, m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.34)$$

Für die Entdeckung des FQHE erhielten Daniel C. Tsui und Horst L. Störmer zusammen mit R. B. Laughlin, der eine Theorie zum FQHE ausgearbeitet hat, 1998 den Nobelpreis für Physik [Stö98] und [Lau98].

Obwohl sich die Experimente und Beobachtungen vom IQHE und FQHE gleichen, ist die theoretische Beschreibung für den FQHE eine andere und komplexere. Die physikalischen

Vorgänge beim IQHE lassen sich anhand eines Ein-Teilchen-Bildes beschreiben. Es genügt die Bewegung einzelner Elektronen in einem endlichen 2DEG bei angelegtem Magnetfeld zu bestimmen um den IQHE zu erklären. Dabei kann die Wechselwirkung zwischen den Elektronen vernachlässigt werden.

Die Beschreibung der Bewegung einzelner Elektronen im Magnetfeld erklärt dagegen nicht den FQHE. Der FQHE wird bei 2DEGs mit einer hohen Elektronenbeweglichkeit μ_e beobachtet, die Elektronen wechselwirken hier stärker miteinander. Die Elektron-Elektron-Wechselwirkung kann nicht mehr vernachlässigt werden, so dass die Bewegung der Elektronen mit einem Viel-Teilchen-Modell gemeinsam beschrieben werden muss.

Aufgrund der hohen Elektronenkonzentration n_e ist die Viel-Teilchen-Wellenfunktion Ψ_ν analytisch nicht lösbar. 1983 machte R. B. Laughlin für gebrochenzahlige Füllfaktoren einen Ansatz für die Wellenfunktion Ψ_ν mit Hilfe des Variationsprinzips [Lau83].

Da die Laughlin-Wellenfunktion kein intuitives Verständnis für den FQHE liefert, wird für die Beschreibung des FQHEs auch das Bild der Composite Fermionen (CF) herangezogen. Im Composite Fermionen Bild werden die Viel-Teilchen-Eigenschaften auf ein Ein-Teilchen-Bild abgebildet.

KAPITEL 3

Experimentelle Grundlagen

In diesem Kapitel werden die experimentellen Grundlagen behandelt. Zuerst wird auf die Herstellung der Proben eingegangen und anschließend auf das Messsystem.

3.1 Prozessierung der Probe

Die verwendete Heterostruktur liegt in Form eines viertel Wafers vor. Mit einem Handritzer werden aus dem Wafer $3\text{ mm} \times 3\text{ mm}$ große Stücke gebrochen. Dazu wird mit einer Mikrometerschraube die gewünschte Breite eingestellt und mit der Diamantspitze langsam über die Probenoberfläche geritzt. An der entstandenen Kerbe wird das Probenmaterial vorsichtig an einer überstehenden Kante gebrochen. Hierdurch entsteht eine gerade Bruchkante entlang einer Wachstumsrichtung.

Die Strukturierung der Probe erfolgt durch UV-Lithographie. Nach dem Ritzen werden die Probenstücke mit Azeton in einem Ultraschallbad gereinigt. Auf ein $3\text{ mm} \times 3\text{ mm}$ großes Probenstück wird auf einer Lackschleuder Fotolack aufgeschleudert. Bei dem Lack handelt es sich um AR-U 4040, der sich sowohl für positive als auch für negative Abbildungsverfahren eignet. Mit einem positiven Abbildungsverfahren wird anschließend die Struktur der Hallgeometrie auf den Fotolack übertragen, es wird eine Lackmaske erzeugt (siehe Abb. 3.1). Mittels nass-chemischen Ätzens wird an den Stellen, die nicht vom Lack bedeckt sind, Probenmaterial entfernt. Die verwendete Säure für das nass-chemische Ätzen ist $\text{H}_2\text{O}:\text{H}_2\text{O}_2:\text{H}_3\text{PO}_4 = 40:2,5:1,5$ und hat eine durchschnittliche Ätzrate von $6,5\text{ nm/sec}$. Die geringe Ätzrate ermöglicht die Ätztiefe besser vorherzubestimmen. Die nach dem Ätzen zurückbleibende Struktur wird als Mesa bezeichnet. Auf die mit der Hallgeometrie strukturierten Probe wird erneut Lack aufgeschleudert. Mit einem negativen Abbildungsverfahren wird nun eine Lackmaske für die elektrischen Kontakte erzeugt.

In einer Aufdampfanlage mit einem Anfangsdruck vor Prozessbeginn von $1,2 \cdot 10^{-7}\text{ mbar}$ wird mittels eines Elektronenstrahls Material erhitzt und auf die Probe aufgedampft. Das Material wird in der Reihenfolge Germanium (40 nm), Gold (60 nm), Nickel (27 nm) und Gold (150 nm) aufgedampft. Anschließend wird der Lack und die darüber liegende Metallisierung beim Lift-off entfernt. In einem Ofen werden dann die elektrischen Kontakte unter Formiergasatmosphäre bei einer Temperatur von 470°C einlegiert. Beim Heizen der Probe bilden das Germanium und das Gold eine eutektische Mischung, die in das Halbleitermaterial diffundiert und einen Kontakt zum 2DEG herstellt. Im Idealfall ist der

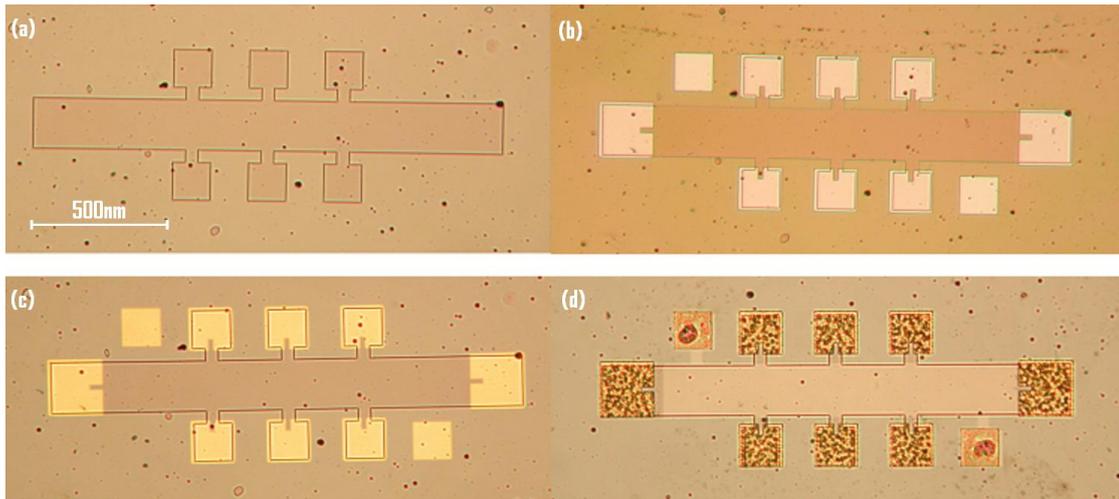


Abbildung 3.1: Prozessschritte: (a) Mesa der Probe 5.3, (b) Lackmaske für die Ohmschen Kontakten an der Mesa (a) ausgerichtet, (c) Die Ohmschen Kontakte nach dem Aufdampfen, (d) Topgate (Probe 5.6)

so entstandene elektrische Kontakt ein Ohmscher Kontakt. Ein Ohmscher Kontakt ist ein Metall-Halbleiterkontakt mit niedrigem Kontaktwiderstand, so dass der Spannungsabfall über den Kontakt gering ist.

Bei der zweiten Probe wird ein weiterer Lithographie-Schritt gemacht. Um bei den späteren Experimenten die Elektronenkonzentration n_e zu beeinflussen, wird ein Topgate strukturiert. Mittels negativem Abbildungsverfahren wird eine Lackmaske für das Topgate erzeugt. Auf die lackfreie Oberfläche werden höchstens 15 nm Titan und 35 nm Gold aufgedampft. Die Topgate-Kontakte werden nicht einlegiert und sind somit Schottky-Kontakte. Die fertige Probe wird mit Leitsilber-Lack in einen Probenhalter (*engl.* Chip-Carrier) geklebt. Um die Ohmschen Kontakte und die Topgate-Kontakte mit den Kontakten auf dem Probenhalter zu kontaktieren wird ein Bonder verwendet. Zum Kontaktieren wird die Probe im Probenhalter auf einer Heizplatte (bei etwa 120°C) befestigt und mit dem Bonder werden feine Golddrähte vom Probenhalter zu den einzelnen Kontakten gezogen und mit Hilfe von Ultraschall befestigt.

3.2 Magnetprobenstab

Die Voraussetzung für Messungen im Regime des integralen Quanten-Hall-Effektes sind tiefe Temperaturen und hohe Magnetfelder. Zur Erzeugung hoher Magnetfelder wird ein Magnetprobenstab benutzt. Der Magnetprobenstab besteht aus einer Magnetspule, die über ein Schraubsystem mit dem Rohrsystem des Magnetprobenstabes verbunden ist, und im Inneren befindet sich ein Probenführungsrohr. Zwischen dem Außenrohr und dem Probenführungsrohr des Rohrsystems verlaufen die Stromkabel für die Magnetspule. Die supraleitende Magnetspule befindet sich während der Messung in einer Helium-Kanne bei 4,2 K und erreicht ein maximales Magnetfeld von 5 T.

Die Probe wird am Probenstab montiert und von oben in den Magnetprobenstab langsam

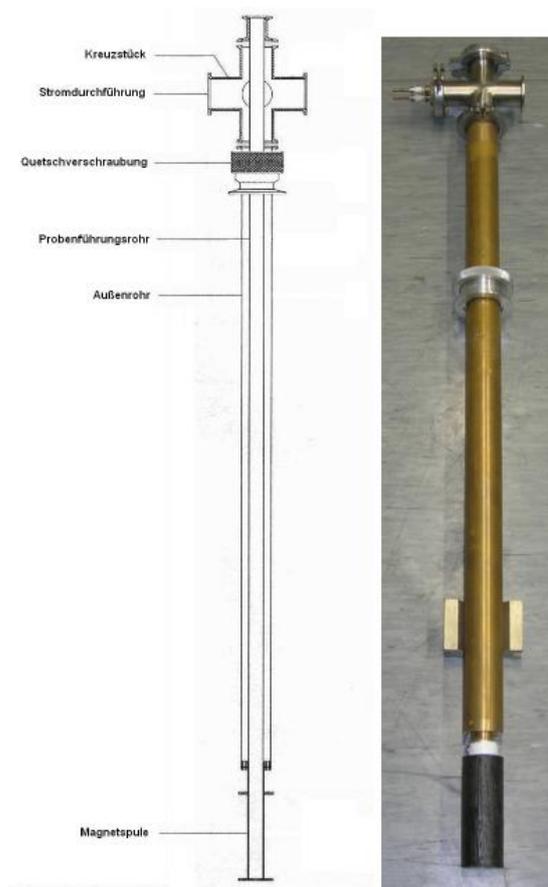


Abbildung 3.2: Magnetprobenstab mit schematischer Skizze

heruntergelassen. Nach dem Einbauen befindet sich die Probe in flüssigen Helium und in der Mitte der Magnetspule.

KAPITEL 4

Messungen

Zur Charakterisierung der Probeneigenschaften sollen Magnetotransportmessungen durchgeführt werden. Der prinzipielle Messaufbau bei den folgenden Messungen ist der gleiche. Über die Hallgeometrie wird in Längsrichtung, wie in Abschnitt 2.1.3 bereits beschrieben, ein konstanter Strom I von $10 \mu\text{A}$ mit einem Keithley 2400 angelegt. Der Spannungsabfall U_{xx} wird längs zum Strom zwischen zwei Kontakten gemessen und quer zum Strom wird die Hallspannung gemessen. Die Messung der Hall- und der Längsspannung erfolgt durch eine Vier-Punkt-Messung. Der Vorteil einer Vier-Punkt-Messung besteht darin, dass nur der tatsächliche Spannungsabfall zwischen zwei Kontakten gemessen wird, Kontaktwiderstände und Leitungswiderstände sind dabei vernachlässigbar. Zur Messung der Hall- und der Längsspannung werden zwei Keithley 2000 benutzt. Die Ansteuerung der Messgeräte und das Auslesen der Messwerte ist rechnergesteuert. Die Aufnahme und die Weiterverarbeitung erfolgt durch die Steuerungssoftware LabView.

4.1 Magnetotransportmessung

Zuerst sollen die Eigenschaften der Probe ohne Topgate anhand von Magnetotransportmessungen charakterisiert werden.

- Messung der Hall- und der Längsspannung für verschiedene Kontaktpaare über das gesamte Magnetfeld. Darstellung der Messergebnisse in Graphen.
- Bestimmung der Elektronenkonzentration aus allen drei Methoden (Mit Bild für zwei Methoden). Gibt es Unterschiede?
- Bestimmung der Elektronenbeweglichkeit
- Sind Unterschiede zwischen den einzelnen Kontaktpaaren zu beobachten?
- Warum lassen sich keine fraktionalen Füllfaktoren beobachten?

4.2 Dauerhafter Photoeffekt

Die verwendete Heterostruktur kann durch Illumination seine elektronischen Eigenschaften verändern. Wird das Probenmaterial mit einer LED beleuchtet, können aufgrund des

Photoeffektes Elektronen aus dem GaAs Substrat angeregt werden und in das 2DEG relaxieren. Findet die Illumination unterhalb von 70 K statt, so bleibt der erzeugte Photostrom auch nach dem Ausschalten der LED bestehen. Die Elektronen befinden sich nach dem Beleuchten bei tiefen Temperaturen in einem energetischen Minimum, so dass nach dem Ausschalten der LED der Photostrom bestehen bleiben kann. In diesem Fall wird der Photoeffekt auch persistent („dauerhafter“) Photoeffekt genannt. Durch den dauerhaften Photoeffekt erhöht sich die Elektronenkonzentration n_e und die Elektronenbeweglichkeit μ_e . Beim Beleuchten darf allerdings kein Magnetfeld anliegen, ansonsten werden die Elektronen durch die Lorentzkraft abgelenkt und die Probe wird stark inhomogen, was erst durch ein Thermocycling wieder aufgehoben wird. Ein Thermocycling bedeutet, dass die Probe auf Temperaturen oberhalb von 200 K erwärmt wird, um einen erzeugten Zustand wieder aufzuheben.

An die LED wird mit einer Source Measurement Unit vom Typ Keithley 2400 ein konstanter Strom angelegt und der Spannungsabfall an der LED gemessen.

- Bei 0T wird die erste Probe 60sec mit 5 mA beleuchtet. Vor der nächsten Messung sollten 10 min vergehen!
- Messung der Hall- und der Längsspannung für verschiedene Kontaktpaare über das gesamte Magnetfeld. Darstellung der Messergebnisse in Graphen.
- Läßt sich nach dem Beleuchten eine Veränderung in der Elektronenkonzentration und der Elektronenbeweglichkeit beobachten?

4.3 Topgate

Die zweite Hallprobe hat zusätzlich ein metallisches Topgate. Zur Beeinflussung der Elektronenkonzentration des 2DEG ist auf der Hallbar ein metallisches Topgate aufgebracht. Eine an diesem Gate angelegte negative Spannung U_g verdrängt mittels der Coulomb-Abstoßung Elektronen aus dem 2DEG.

An das Topgate wird mit einer Source Measurement Unit vom Typ Keithley 2400 die negative Spannung angelegt. Die Schrittweite sollte nicht größer als 10 mV sein. Insgesamt dürfen nicht weniger als -250 mV am Topgate anliegen.

- Nur bei 0T wird die Topgate-Spannung verändert!
- Messung der Hall- und der Längsspannung für sechs verschiedene Topgate-Spannungen über das gesamte Magnetfeld. Darstellung der Messergebnisse in Graphen.
- Veränderung der Elektronenkonzentration in Abhängigkeit der Topgate-Spannung.

Literaturverzeichnis

- [Jai89] JAIN, J. K.: Composite-Fermion Approach for the Fractional Quanten Hall Effect. *Phys. Rev. Lett* (1989), Bd. 63:S. 199
- [Kit06] KITTEL, Ch.: *Einführung in die Festkörperphysik*, Oldenbourg, 14. Aufl. (2006)
- [Lau83] LAUGHLIN, R. B.: Anomalous Quantum Hall Effect: An Incompressible Quantum Fluid with Fractionally Charged Excitation. *Phys. Rev. Lett.* (1983), Bd. 50:S. 1395
- [Lau98] LAUGHLIN, R. B.: Fractional Quantization, Nobel Lecture (1998)
- [Müh02] MÜHLE, A.: *Charakterisierung und Strukturierung einer GaN/AlGaN-Heterostruktur*, Diplomarbeit, Universität Hannover (2002)
- [Sch02] SCHWABL, F.: *Quantenmechanik*, Springer, 6. Aufl. (2002)
- [Shu30] SHUBNIKOV, L. und DE HAAS, W. J.: *Leiden Comm.* (1930), Bd. 207a, b, c, 210a
- [Stö98] STÖRMER, Horst L.: The fractional Quantum Hall Effect, Nobel Lecture (1998)
- [SW04] SCHULZE-WISCHELER, F.: *Phononenspektroskopie im Quanten-Hall-Effekt-Regime*, Dissertation, Universität Hannover (2004)
- [Tsu82] TSUI, D. C.; STÖRMER, H. L. und GOSSARD, A. C.: Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit. *Phys. Rev. Lett.* (1982), Bd. 48:S. 1559
- [vK80] v. KLITZING, K.; DORDA, G. und PEPPER, M.: New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance. *Phys. Rev. Lett.* (1980), Bd. 45:S. 494