

**Untersuchung der magnetischen Thermospannungsänderung
von p-Germanium bei tiefen Temperaturen**

Von der Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften
der Universität Hannover

zur Erlangung der Würde eines

Doktors der Naturwissenschaften

— Dr. rer. nat. —

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Phys. Heinz-Lorenz Günter

geboren am 31.8.1940 in Ahrbergen

Referent : Prof. Dr. M. Henzler

Korreferent: Prof. Dr. H.-U. Everts

Tag der mündlichen Prüfung: 18.12.1979

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	1
2.	Theoretische Grundlagen	4
2.1	Praktische Definition der Transportkoeffizienten	4
2.2	Ursachen der Thermospannung	5
2.3	Änderung der Thermospannung im Magnetfeld	6
2.4	Theoretische Berechnung der Thermospannungs- änderung im Magnetfeld	7
3.	Experimenteller Aufbau	18
3.1	Probenhalterung	18
3.2	Thermoelektrische und thermomagnetische Messungen	19
3.2.1	Messung der Thermospannung	21
3.2.2	Messung der Temperaturdifferenz	23
3.2.3	Messung der Probentemperatur	25
3.2.4	Erzeugung und Messung des Magnetfeldes	26
3.3	Messung von Leitfähigkeit und Hall-Effekt	26
4.	Ergebnisse	28
4.1	Untersuchtes Material	28
4.2	Leitfähigkeit und Hall-Effekt	28
4.3	Differentielle Thermospannung	30
4.4	Änderung der Thermospannung im Magnetfeld	32
5.	Auswertung und Diskussion	36
5.1	Leitfähigkeit und Hall-Effekt	36
5.2	Differentielle Thermospannung	40
5.3	Relative Änderung der Thermospannung im Magnetfeld	42
5.3.1	Beliebige Magnetfelder	42
5.3.2	Kleine Magnetfelder	46
6.	Vergleich mit Ergebnissen anderer Autoren	51
7.	Zusammenfassung	54
	Verzeichnis der verwendeten Symbole	55
	Literaturverzeichnis	56

123

124

125

126

127

128

129

1. Einleitung

Um in einem Festkörper die Wechselwirkungsprozesse von Phononen und Ladungsträgern mit Fehlern des Kristalls oder untereinander untersuchen zu können, ist es nötig, das System aus dem thermodynamischen Gleichgewicht zu bringen. Der sich bei zeitlich konstanter Störung einstellende stationäre Zustand ist charakteristisch für die jeweiligen Wechselwirkungsprozesse. Als Störungen des Systems werden entweder ein elektrisches Feld oder ein Temperaturgradient über der Probe benutzt.

Erkenntnisse über die Streuprozesse der Phononen kann man unter anderem durch Messen der Wärmeleitfähigkeit und der differentiellen Thermospannung gewinnen; dazu wird bei einem bestimmten Temperaturgradienten der Wärmestrom durch die Probe oder die Thermospannung über der Probe bei verschiedenen Temperaturen bestimmt. Die Temperaturabhängigkeit dieser Größen ist charakteristisch für den jeweilig vorherrschenden Streumechanismus. An dem in dieser Arbeit untersuchten Material (p-Ge) wurden derartige Messungen der differentiellen Thermospannung bis in den Temperaturbereich, in dem die Grenzflächenstreuung den beherrschenden Streuprozess für die Phononen darstellt, von Kaden [1] durchgeführt und sehr ausführlich diskutiert.

Streuprozesse der Ladungsträger bestimmen deren Beweglichkeit im Festkörper. Wenn die Beweglichkeit nur von einem Streuprozess beeinflusst wird, genügen Messungen der Leitfähigkeit und des Hall-Koeffizienten zur Untersuchung dieses Streuprozesses; gehen gleichzeitig mehrere Streuprozesse in die Beweglichkeit der Ladungsträger ein, bedarf es weiterer Messungen, um Kenntnisse über die verschiedenen Streuprozesse zu gewinnen. Als entsprechende Größen, die einer Messung zugänglich sind, können hierbei die Änderung des Widerstandes im Magnetfeld oder die Änderung der Thermospannung im Magnetfeld genutzt werden. Da im Ge-

gensatz zur Thermospannungsänderung die Widerstandsänderung von Inhomogenitäten der Probe, wie z.B. elektrischen Kontakten oder Oberflächenbeschaffenheit, beeinflusst wird {13}, wird in dieser Arbeit die Änderung der Thermospannung als weitere Bestimmungsgröße untersucht. Diese Änderung der Thermospannung im Magnetfeld wurde von Appel {2} unter Berücksichtigung der im Bereich tiefer Temperaturen wichtigsten Streumechanismen der Ladungsträger, der Streuung an Phononen und der Streuung an ionisierten Störstellen, berechnet. Messungen der Thermospannungsänderung an Germanium wurden von Herring {3}, Mochan {4} und Erdmann {5} durchgeführt. Der von Appel vorhergesagte Vorzeichenwechsel der Thermospannungsänderung bei zunehmendem Einfluß der Streuung der Ladungsträger an ionisierten Störstellen konnte von diesen Autoren nicht beobachtet werden.

Ziel dieser Arbeit ist es, Messungen der Änderung der Thermospannung im Magnetfeld im Bereich sehr tiefer Temperaturen durchzuführen, in dem die Streuung der Ladungsträger an ionisierten Störstellen zum dominierenden Streuprozess wird. In Verbindung mit Hall-Effekts- und Leitfähigkeitsmessungen lassen sich damit, bei gleichzeitigem Wirken beider Streumechanismen, jeder einzeln bestimmen.

In Kapitel 2 wird eine anschauliche Darstellung des Einflusses eines Magnetfeldes auf die Thermospannung gegeben und die von Appel {2} durchgeführte theoretische Berechnung der Thermospannungsänderung kurz vorgestellt.

Da die Messung nur nach Lösung sehr großer experimenteller Schwierigkeiten möglich war, ist der Beschreibung der Experimente in Kapitel 3 ein größerer Platz eingeräumt worden.

Die Ergebnisse der Messungen werden in Kapitel 4 vorgestellt.

Im Kapitel 5 werden die experimentellen Ergebnisse mit den theoretischen Berechnungen von Appel {2} verglichen und anhand der Ergebnisse für sehr kleine Magnetfelder das Verhältnis der beiden Streumechanismen zueinander qualitativ untersucht.

2. Theoretische Grundlagen

2.1 Praktische Definition der Transportkoeffizienten

Die Transporteigenschaften eines Festkörpers lassen sich durch Transportkoeffizienten beschreiben. Da die Transporterscheinungen von den Wechselwirkungsmechanismen im Festkörper abhängen, erlauben Kenntnisse der Transportkoeffizienten Rückschlüsse auf diese Wechselwirkungsmechanismen.

Einen Überblick über die einzelnen Transporterscheinungen erhält man durch folgende Transportgleichungen {7, 8}, in denen das elektrische Feld \vec{E} bzw. die Wärmestromdichte \vec{W} mit der Stromdichte \vec{j} und dem Temperaturgradienten verknüpft sind

$$(1) \quad \vec{E} = \rho (\vec{B}) \vec{j} + \alpha (\vec{B}) \text{ grad } T$$

$$(2) \quad \vec{W} = \Pi (\vec{B}) \vec{j} - \lambda (\vec{B}) \text{ grad } T$$

Mit der Bedingung der Stromlosigkeit $\vec{j} = 0$ bzw. des thermischen Gleichgewichts $\text{grad } T = 0$ erkennt man die Bedeutung der Koeffizienten.

Es ist

- ρ der spezifische Widerstand
- α die differentielle Thermospannung
- Π der Peltier-Koeffizient
- λ die Wärmeleitfähigkeit

Die Bedingung $\vec{j} = 0$ bzw. $\text{grad } T = 0$ ist damit auch Voraussetzung für die Messung der entsprechenden Koeffizienten.

Die Koeffizienten in den Gleichungen (1) und (2) sind Tensoren, deren Komponenten im Allgemeinen von der magnetischen Flußdichte \vec{B} abhängen. Für schwache magnetische Felder lassen sich die Koeffizienten nach dem Magnetfeld entwickeln. Gleichung (1) erhält mit der Entwicklung bis zum quadratischen Glied die Form

$$\vec{E} = \rho_0 \vec{j} + \rho_1 [\vec{B}\vec{j}] + \rho_{2\perp} \vec{j} B^2 + \rho_{2\parallel} \vec{B} (\vec{B}\vec{j}) + \alpha_0 \text{ grad } T + \alpha_1 [\vec{B}\text{grad } T] + \alpha_{2\perp} B^2 \text{ grad } T + \alpha_{2\parallel} \vec{B} (\vec{B} \text{ grad } T)$$

Ein Vergleich der Entwicklungskoeffizienten mit den üblichen Definitionen für galvanomagnetische und thermomagnetische Effekte läßt ihre Bedeutung klar werden:

- ρ_0 ist der spezifische Widerstand
- ρ_1 ist der Hall-Koeffizient
- $\rho_{2\perp}$ beschreibt die Änderung des spezifischen Widerstandes in einem Magnetfeld, das senkrecht auf der Stromrichtung steht
- $\rho_{2\parallel}$ beschreibt die Änderung des spezifischen Widerstandes in einem Magnetfeld parallel zur Stromrichtung
- α_0 ist die differentielle Thermospannung
- α_1 ist der Nernst-Koeffizient
- $\alpha_{2\perp}$ beschreibt die Änderung der Thermospannung in einem Magnetfeld, das senkrecht auf der Richtung des Temperaturgradienten steht
- $\alpha_{2\parallel}$ beschreibt die Änderung der Thermospannung in einem Magnetfeld parallel zur Richtung des Temperaturgradienten.

Im Folgenden sollen von diesen Koeffizienten die Thermospannung α_0 und ihre Änderung im Magnetfeld näher untersucht werden. Dabei wird sowohl in der theoretischen Betrachtung, als auch im Experiment vorausgesetzt, daß die Richtung des Magnetfeldes senkrecht steht auf der Richtung des Stromes bzw. des Temperaturgradienten.

2.2 Ursachen der Thermospannung

Die Thermospannung in einem Halbleiter wird im wesentlichen durch folgende Effekte hervorgerufen {6}:

- a) Die Ladungsträgerdichte in einem Halbleiter ist temperaturabhängig; aufgrund dieses durch einen Temperaturgradienten hervorgerufenen Konzentrationsgradienten diffundieren Ladungsträger vom warmen Ende der Probe zum kalten.
- b) Die Ladungsträger am warmen Ende haben eine höhere kinetische Energie als die am kalten Ende. Im Mittel bewegen sich deshalb mehr Ladungsträger vom warmen zum kalten Ende als umgekehrt.
- c) Die ständig vom warmen Ende der Probe zum kalten strömenden Phononen reißen durch die Phonon-Elektron-Wechselwirkung Ladungsträger mit (Phonondrag).

Die Effekte a) und b) geben Anlaß zu einem Thermodiffusionsstrom \vec{j}_D , der Effekt c) zum Phonondragstrom \vec{j}_ϕ ; diese beiden Ströme werden, da im Experiment die Bedingung der Stromlosigkeit erfüllt wird, kompensiert durch einen Feldstrom \vec{j}_F

$$\vec{j} = \vec{j}_D + \vec{j}_\phi + \vec{j}_F = 0$$

In der gleichen Weise wie die Ströme läßt sich auch die Thermospannung in einen elektronischen- und in einen Phonondrag-Anteil aufteilen:

$$(3) \quad \alpha = \alpha_e + \alpha_\phi$$

2.3 Änderung der Thermospannung im Magnetfeld

Die in einem Halbleiter unter dem Einfluß eines Temperaturgradienten und des dadurch hervorgerufenen Feldes fließenden Ströme kompensieren sich, so daß die äußere Bedingung der Stromlosigkeit erfüllt ist. Die diese Ströme

tragenden Ladungsträger haben jedoch unterschiedliche Energien und damit auch unterschiedliche Geschwindigkeiten. Da die Wirkung eines Magnetfeldes auf Ladungsträger direkt von der Geschwindigkeit der Ladungsträger abhängt, kann ein zusätzlich angelegtes Magnetfeld eine Änderung der Thermospannung hervorrufen.

Die Verteilungsfunktion der Ladungsträger bei Abwesenheit eines Magnetfeldes läßt sich schematisch folgendermaßen darstellen {2):

Der Temperaturgradient bewirke eine Verschiebung in die negative K_1 Richtung, das Thermokraftfeld in die positive. Aus den Effekten, die die Thermospannung hervorrufen, kann man erkennen, daß bei großen K -Werten der Einfluß des Temperaturgradienten überwiegt, bei kleinen K -Werten der des elektrischen Feldes.

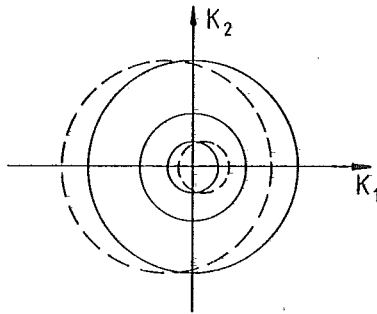


Abb. 1: Schematische Darstellung der Verteilungsfunktion f
— ungestört, ----- gestört

Größe und Vorzeichen der Änderung der Thermospannung im Magnetfeld hängt vom vorherrschenden Streumechanismus der Ladungsträger und der Energieabhängigkeit der Relaxationszeit der Ladungsträger bei den verschiedenen Streumechanismen ab.

Für die zwei wichtigsten Streumechanismen der Ladungsträ-

ger bei tiefen Temperaturen, die Streuung an akustischen Gitterschwingungen und die Streuung an ionisierten Störstellen, kann man den Einfluß eines Magnetfeldes auf die Thermospannung abschätzen, indem man den Einfluß des Magnetfeldes auf die Flugbahnen der Ladungsträger der zwei einander entgegengerichteten Ströme untersucht.

Die Ladungsträger der zwei Teilströme, des Thermodiffusions- und des Feldstromes, werden durch ein angelegtes Magnetfeld abgelenkt und für jeden Teilstrom entsteht, wie beim Hall-Effekt, ein elektrisches Querfeld. Da die Teilströme einander entgegengerichtet und gleich groß sind, sind auch die jeweiligen elektrischen Felder einander entgegengerichtet und bis auf einen Beitrag, der auf die unterschiedliche Energie der die Ströme tragenden Ladungsträger zurückzuführen ist und der hier vernachlässigt werden soll, gleich groß.

Die Bahnen von Ladungsträgern in einem Magnetfeld sind Kreisabschnitte, deren Krümmungsradius R unter anderem von der Geschwindigkeit v der Ladungsträger abhängt:

$$R \sim v$$

Über die Geschwindigkeit

$$v = \frac{\hbar k}{m^*} \sim \epsilon^{1/2}$$

hängt der Radius von der Energie der Ladungsträger ab:

$$R \sim k \sim \epsilon^{1/2}$$

Die Energieabhängigkeit der freien Weglänge l der Ladungsträger erhält man aus

$$l = v \tau$$

Bei Streuung an akustischen Gitterschwingungen hat die Energieabhängigkeit der Relaxationszeit τ der Ladungsträger die Form {6}

$$\tau_{\phi}(\epsilon) \sim \epsilon^{-1/2}$$

Damit ist die freie Weglänge l_{ϕ} der Ladungsträger bei diesem Streumechanismus unabhängig von der Energie.

Werden die Ladungsträger an ionisierten Störstellen gestreut, hat die Energieabhängigkeit der Relaxationszeit die Form {6}

$$\tau_i(\epsilon) \sim \epsilon^{3/2}$$

Die freie Weglänge l_i der Ladungsträger hängt bei diesem Streumechanismus also von der Energie ab:

$$l_i \sim k^4 \sim \epsilon^2$$

Da die freie Weglänge l der Ladungsträger und der Krümmungsradius R ihrer Bahn im Magnetfeld in unterschiedlicher Form von der Energie der Ladungsträger abhängen, weicht die effektive freie Weglänge von Ladungsträgern unterschiedlicher Energie voneinander ab; die effektive freie Weglänge sei die Projektion der Bahn der Ladungsträger auf die Stromrichtung, und ist damit die Richtungskomponente der freien Weglänge, die in den Feldstrom bzw. den Thermodiffusionsstrom eingeht.

Bei Streuung der Ladungsträger an Gitterschwingungen werden bei gleicher freier Weglänge l_{ϕ} der Ladungsträger die effektiven freien Weglängen der niederenergetischen Ladungsträger des Feldstromes wegen der stärkeren Krümmung ihrer Bahn mehr verkürzt, als die der höherenergetischen des Thermodiffusions- und Phonondragstromes. Ein angelegtes Magnetfeld führt damit also zu einer Vergrößerung der Thermospannung, weil der Beitrag der niederenergetischen Ladungsträger zur Thermospannung dem der höherenergetischen entgegengerichtet ist.

Da bei Streuung der Ladungsträger an ionisierten Störstellen die freie Weglänge l_1 proportional zu k^4 ist, der Krümmungsradius R der Bahn aber nur proportional zu k , werden hier die effektiven freien Weglängen der höherenergetischen Ladungsträger stärker verkürzt, als die der niederenergetischen. Das führt zu einer Verkleinerung der Thermospannung beim Anlegen eines Magnetfeldes.

Allgemein erkennt man anhand dieser Überlegungen, daß die Richtung der Thermospannungsänderung im Magnetfeld bestimmt wird durch das Vorzeichen des Exponenten in der Energieabhängigkeit der Relaxationszeit τ . Bei negativem Exponenten wird die Thermospannung in einem Magnetfeld vergrößert, bei positivem Exponenten wird sie verkleinert; hängt die Relaxationszeit nicht von der Energie der Ladungsträger ab, so ändert sich die Thermospannung nicht in einem Magnetfeld.

2.4 Theoretische Berechnung der Thermokraftänderung im Magnetfeld

Die Berechnung der Thermospannung in einem Magnetfeld geht von den Boltzmannschen Transportgleichungen aus {2}:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{Stoß}}^{\text{Ph}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{Stoß}}^{\text{I}} = - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{Feld}}$$

$$\left(\frac{\partial N}{\partial t}\right)_{\text{Stoß}}^{\text{El}} + \left(\frac{\partial N}{\partial t}\right)_{\text{Stoß}}^{\text{Ph,KG}} = - \left(\frac{\partial N}{\partial t}\right)_{\text{Temp}}$$

Die einzelnen Terme beschreiben nacheinander die Streuung der Elektronen an Phononen, an ionisierten Störstellen und den Einfluß des äußeren Feldes, die Streuung der Phononen an Ladungsträgern - dieser Term kann in sehr reinen Halbleitern vernachlässigt werden - die Streuung der Phononen untereinander und an Kristallgrenzen und den Einfluß der Temperatur. Andere Streumechanismen für die Ladungsträger und Phononen können hier vernachlässigt werden {1}.

N und f sind die im gestörten Zustand stationären Verteilungsfunktionen der Phononen und Ladungsträger.

Unter den Voraussetzungen:

- (i) Es liegt nur eine kleine Abweichung vom thermischen Gleichgewicht vor.
- (ii) Die Ladungsträgerkonzentration ist $\leq 10^{20} \text{ m}^{-3}$, d.h. der Einfluß der Ladungsträger auf das Phononensystem ist vernachlässigbar.
- (iii) Die Ladungsträgerenergie ist gegeben durch

$$\epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m^*}$$

d.h. es liegt eine einfache Bänderstruktur vor.

(iv) Transversale akustische und optische Phononen werden vernachlässigt {6, 14}.

(v) Das Magnetfeld steht senkrecht auf der Richtung des Temperaturgradienten und des Thermokraftfeldes; Quantisierungseffekte des Magnetfeldes werden nicht berücksichtigt.

ergibt sich bei Vorhandensein nur einer Sorte Ladungsträger für den elektronischen Anteil der Thermospannung im Magnetfeld {2}

$$(4) \quad \alpha_e(B) = \frac{\zeta}{eT} - \frac{k_0}{e} \frac{I_0^{(8)} I_0^{(6)} + \gamma^2 \bar{I}_0^{(8)} \bar{I}_0^{(6)}}{\left(I_0^{(6)}\right)^2 + \gamma^2 \left(\bar{I}_0^{(6)}\right)^2}$$

und für den Phonondrag-Anteil

$$(5) \quad \alpha_\phi(B) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{s l_\phi}{T \mu_\phi} \frac{I_0^{(6)} I_0^{(7)} + \gamma^2 \bar{I}_0^{(6)} \bar{I}_0^{(7)}}{\left(I_0^{(6)}\right)^2 + \gamma^2 \left(\bar{I}_0^{(6)}\right)^2}$$

Als Abkürzungen mit $I_0^{(n)}$ bzw. $\bar{I}_0^{(n)}$ bezeichnet werden dabei die Parameterintegrale

$$I_0^{(n)} = \int_0^\infty \frac{y^4 + \beta^2}{(y^4 + \beta^2)^2 + \gamma^2 y^6} y^{n+1} \exp(-y^2) dy$$

$$\bar{I}_0^{(n)} = \int_0^\infty \frac{y^3}{(y^4 + \beta^2)^2 + \gamma^2 y^6} y^{n+1} \exp(-y^2) dy$$

Dabei wird mit γ die Energie der Ladungsträger erfaßt:

$$\gamma^2 = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m^*} \frac{1}{k_0 T} ,$$

mit β wird das Verhältnis der Ladungsträgerbeweglichkeiten und damit der Streuprozesse zueinander erfaßt:

$$\beta^2 = \frac{6 \mu_\phi}{\mu_i} ,$$

und γ ist definiert durch

$$\gamma = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \mu_\phi B.$$

Sind, wie im p-Germanium, zwei Sorten Ladungsträger mit unterschiedlichen Beweglichkeiten μ_s und μ_l vorhanden, so kommt man zu den entsprechenden Ergebnissen durch Ersetzen der $I_O^{(n)}$ und $\bar{I}_O^{(n)}$:

$$I_O^{(n)} \rightarrow I_s^{(n)} + \frac{n_l \mu_l}{n_s \mu_s} I_l^{(n)}$$

$$\bar{I}_O^{(n)} \rightarrow \bar{I}_s^{(n)} + \frac{n_l \mu_l^2}{n_s \mu_s} \bar{I}_l^{(n)}$$

Um bei der Bestimmung der Thermospannungsänderung im Magnetfeld unabhängig zu sein von anderen Abhängigkeiten der Thermospannung, wie z.B. der Abhängigkeit von der Probengröße bei tiefen Temperaturen, ist es sinnvoll, nicht die absolute Änderung der Thermospannung im Magnetfeld $\alpha(B)$ zu bestimmen, sondern die relative Änderung

$$(6) \quad \frac{\alpha(B) - \alpha(0)}{\alpha(0)} = \frac{\Delta\alpha}{\alpha}$$

Diese relative Änderung des elektronischen Anteils der Thermospannung $\frac{\Delta \alpha_e}{\alpha_e}$ und des Phonondrag-Anteils $\frac{\Delta \alpha_\phi}{\alpha_\phi}$ im Magnetfeld sind von Appel berechnet und als Funktion des Produktes aus Gitterbeweglichkeit und magnetischer Flußdichte $\mu_\phi B$ dargestellt worden (siehe Abbildungen 2 und 3). Als Parameter wird dabei das Verhältnis der Beweglichkeiten der zwei Streumechanismen $\beta^2 = \frac{6\mu_\phi}{\mu_1}$ benutzt mit den Zahlenwerten:

$\beta^2 = 0$, hier wird die Ladungsträgerbeweglichkeit durch die Gitterbeweglichkeit bestimmt,

$\beta^2 = 1$, die zwei Streumechanismen sind etwa gleichwertig,

$\beta^2 = 10$, die Streuung an ionisierten Störstellen überwiegt bei weitem.

Ein weiterer Parameter ist das Verhältnis der freien Weglängen der Elektronen l_e und Phononen l_ϕ

$$\lambda \sim \frac{l_e}{l_\phi}$$

Bei großen Magnetfeldern strebt die relative Thermospannungsänderung bei Streuung der Ladungsträger an Phononen gegen einen Sättigungswert {2}. Beim Übergang von der Streuung an Gitterschwingungen zur Streuung an ionisierten Störstellen ist deutlich der Vorzeichenwechsel in der relativen Thermospannungsänderung $\Delta \alpha_\phi / \alpha_\phi$ zu erkennen.

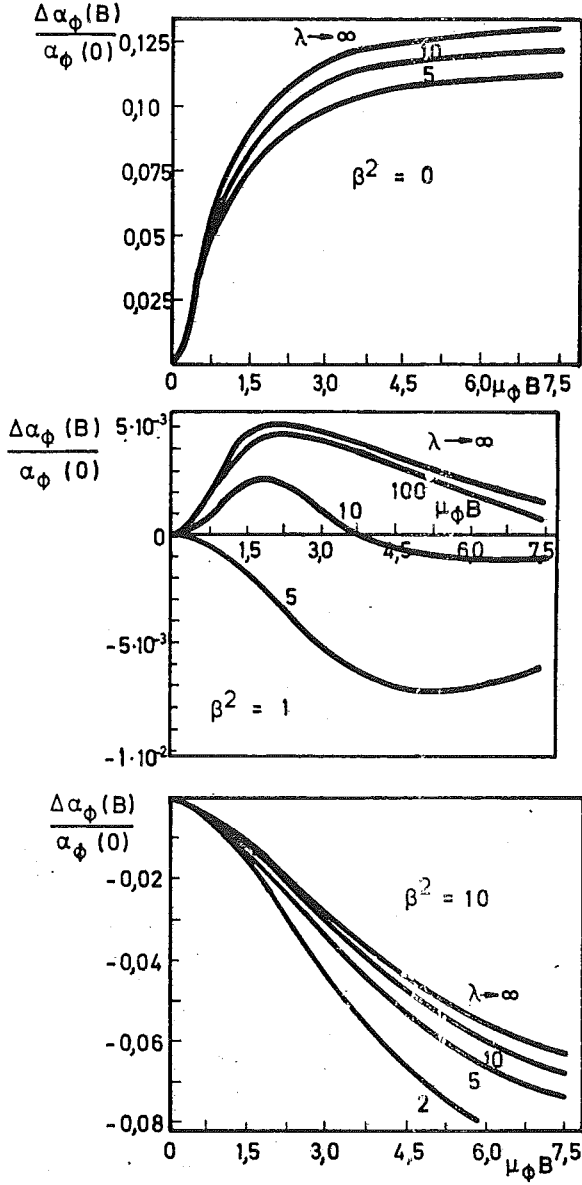


Abb. 2: Phonondrag-Anteil der relativen Thermokraftänderung als Funktion vom Produkt $\mu_\phi B$

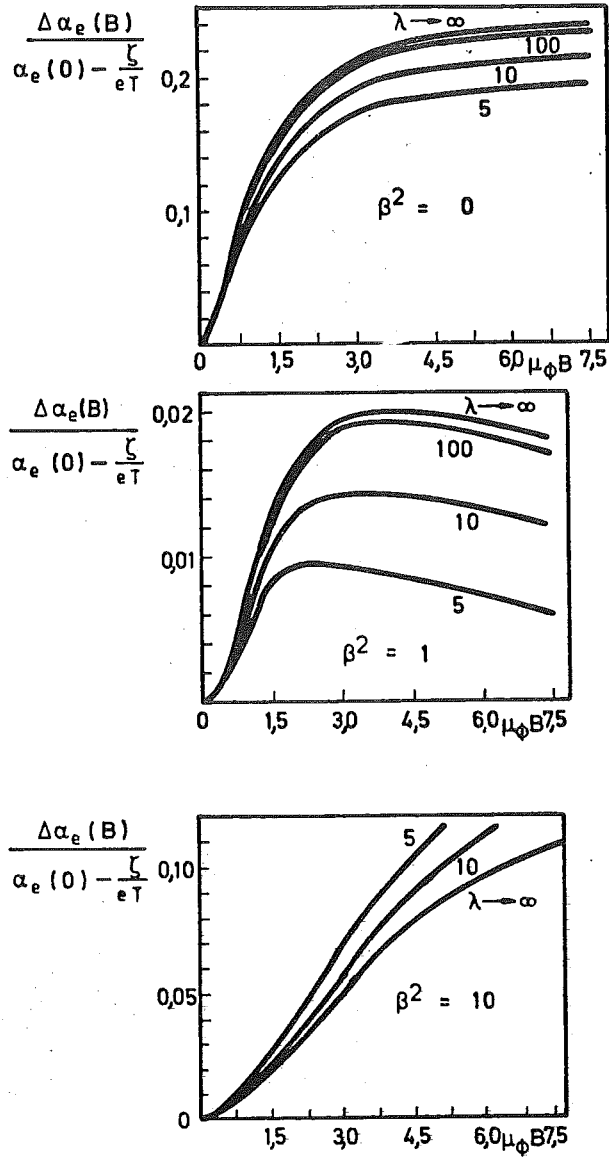


Abb. 3: Elektronischer Anteil der relativen Thermokraftänderung als Funktion vom Produkt $\mu_\phi B$

Bei kleinen Magnetfeldern, bei denen die Bedingung $(\mu B)^2 \ll 1$ erfüllt ist, läßt sich die Abhängigkeit der relativen Änderung der Thermospannung vom Magnetfeld direkt angeben:

Für den Phonondrag-Anteil ergibt sich

$$(7) \quad \frac{\Delta \alpha_{\phi}}{\alpha_{\phi}} = (\mu_{\phi} B)^2 F$$

Die relative Änderung ist also proportional zu B^2 . In den Proportionalitätsfaktor F geht stark der Streumechanismus ein. Für reine Gitterstreuung hat F den Wert {2, 6}

$$F = \left(\frac{3\sqrt{\pi}}{4} \right)^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) = 0,38$$

In p-Germanium, in dem zwei Sorten Ladungsträger vorhanden sind, kann der Faktor F zwei- bis dreimal größer werden, als oben angegeben {2}.

Liegt praktisch nur Streuung der Ladungsträger an ionisierten Störstellen vor, nimmt der Faktor F negative Werte an.

Aus der Größe und dem Vorzeichen des Faktors F können also Rückschlüsse gezogen werden auf das Verhältnis der Streumechanismen zueinander.

3. Experimenteller Aufbau

3.1 Probenhalterung

Alle Messungen zur Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der Transportkoeffizienten wurden in einem offenen, kombinierten Bad- und Verdampfer-Kryostaten (Firma Leybold) durchgeführt, der Messungen in einem Temperaturbereich von 1,5 K bis 300 K erlaubt. Da die Messungen in einem Temperaturbereich oberhalb der Siedetemperatur des flüssigen Heliums durchgeführt wurden, wurde nur der Betriebszustand als Verdampfer-Kryostat ausgenutzt. In einem offenen Verdampfer-Kryostaten durchströmt das Kühlmittel erst die Wandung des Probenraumes, die eigentliche Kaltfläche des Kryostaten, und dann den Probenraum. Durch diesen ständig fließenden Kaltgasstrom werden neben der Probe auch die in den Probenraum führenden Zuleitungen gekühlt; diese Gegenstromkühlung bewirkt, daß die Zuleitungen im Bereich des Probenraumes nahezu Meßtemperatur haben, während das Heliumgas am oberen Ende des Probenrohres fast auf Zimmertemperatur erwärmt ist, so daß die thermische Belastung des Kryostaten durch Zuführungen klein bleibt. Die Einstellung verschiedener Temperaturen erfolgt über eine am Probenraum angebrachte elektrische Heizung und Regelung des Kaltgasdurchsatzes. Der Kryostat ist so aufgebaut, daß der Probenraum sich zwischen den Polschuhen eines Elektromagneten befindet.

Der Wärmeaustausch zwischen Gas und Zuleitungen, der sich auf die thermische Belastung des Kryostaten positiv auswirkt, stellt eine große Komplikation für alle Messungen dar, bei denen ein Temperaturgradient über die im Probenraum befindliche Probe eingestellt werden muß, falls diese dem Gasstrom ungeschützt ausgesetzt ist. Die Wärmeableitung über die Oberfläche und über die an der Probe angebrachten Spannungs- und Thermoelementkontakte beeinflussen den angestrebten linearen Temperaturgradienten dermaßen, daß eine exakte Messung weder des Temperaturgradienten-

ten noch der Thermospannung der Probe möglich ist. Deshalb wurden die Messungen mit einer evakuierbaren Probenhalterung durchgeführt, die in einem Schnitt in Abbildung 4 dargestellt ist. Ein einseitig geschlossener Messingzylinder wird mit Hilfe eines zweiten, größeren Zylinders gegen eine Platte gedrückt; als Vakuumdichtung dient ein Indiumring zwischen Platte und Zylinder. In die kreisförmige Platte sind zehn keramikisolierte Vakuumstromdurchführungen eingelötet, durch die hindurch die Meßleitungen zur Probe geführt werden. Zusätzlich wurde in die Platte ein dickwandiges Kupferrohr eingelötet, durch das die Kapsel evakuiert werden kann. Im Inneren der Kapsel ist das Rohr mit einer Querbohrung versehen, die den Temperaturmeßfühler, einen geeichten Germanium-Widerstand, aufnimmt. Das innere Ende des Kupferrohres dient als Kaltfläche, an dem die Probe mit einer Stirnfläche befestigt wurde. Ein dünnwandiges Edelstahlrohr, das an das äußere Ende des Kupferrohres angelötet wurde, dient als Halterung für die Kapsel im Probenraum des Kryostaten; durch dieses Rohr wird die Kapsel von einer Öldiffusionspumpe evakuiert. Hochisolierende Abstandshalter am äußeren Zylinder und ein oben am Edelstahlrohr angelötetes Keramikrohr ermöglichen potentialfreie Messungen in der Probenhalterung. Die äußeren Abmessungen dieser Probenhalterung sind vorgegeben durch den eigentlichen Probenraum des Kryostaten, der einen Durchmesser von 32 mm aufweist. Durch das an der Kapsel vorbeiströmende Kaltgas wird sie auf der gewünschten Meßtemperatur gehalten.

Der für die Messungen nötige Temperaturgradient über die Probe wird mit einer bifilar gewickelten, glasseideisolierten elektrischen Widerstandsheizung erzeugt, die an die zweite Stirnfläche der Probe angelötet ist.

3.2 Thermoelektrische und thermomagnetische Messungen

Um die Abhängigkeit der differentiellen Thermospannung von

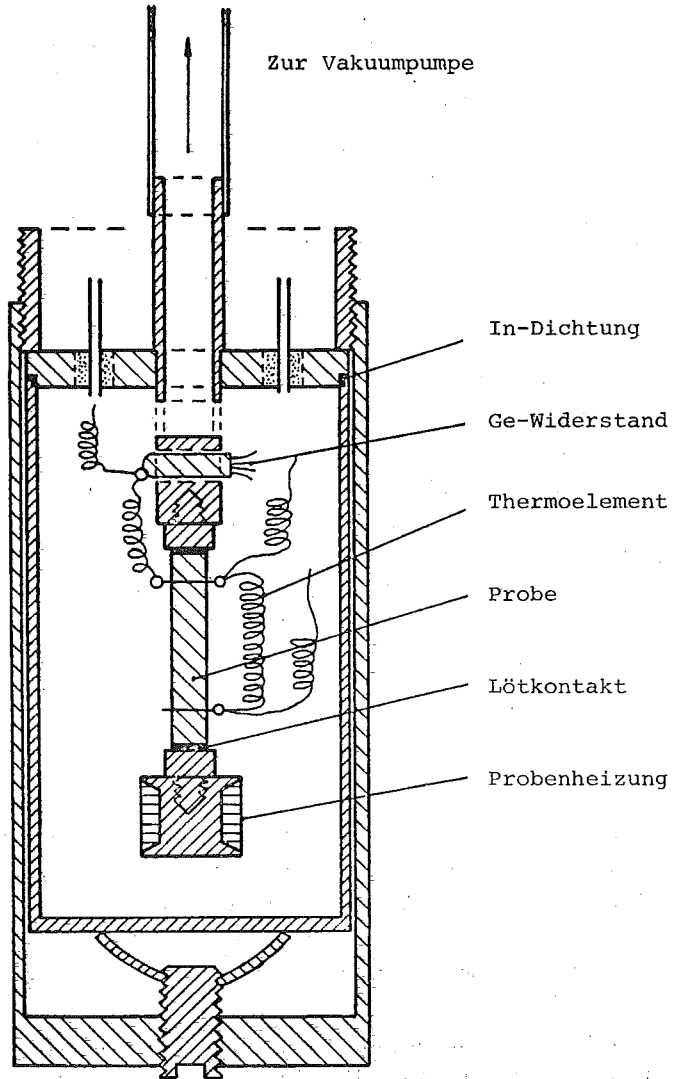


Abb. 4: Probenhalterung

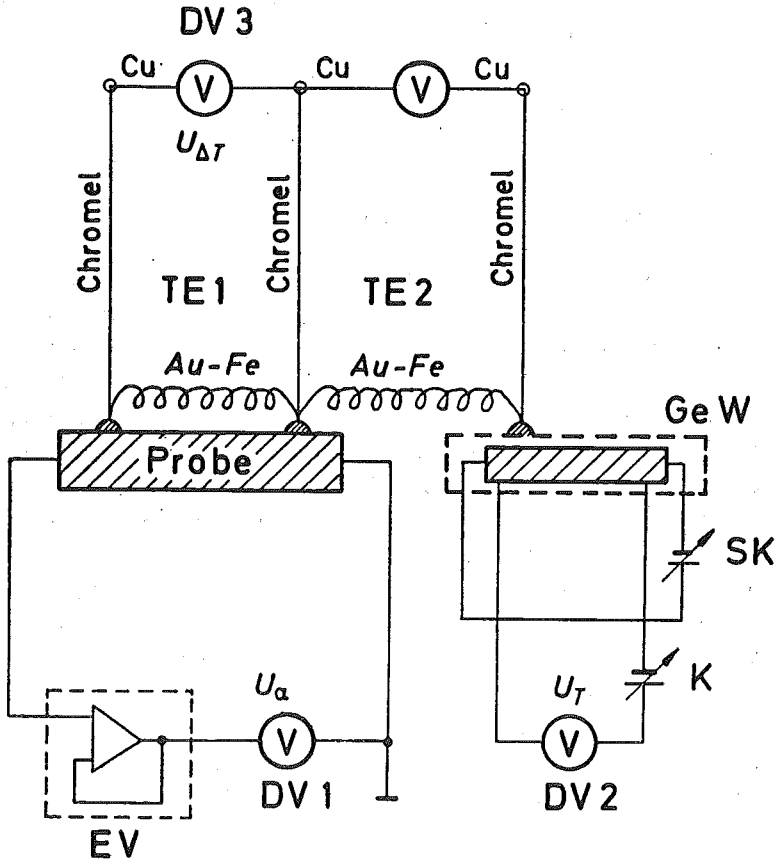
der Temperatur und vom Magnetfeld zu erhalten, müssen die Thermospannung, die Temperaturdifferenz, die absolute Temperatur der Probe und das Magnetfeld gemessen werden. Die hierfür benutzte Meßanordnung ist in Abbildung 5 dargestellt.

3.2.1 Messung der Thermospannung

Eine wichtige Voraussetzung für die sichere Messung der Thermospannung ist, daß ihr Quellwiderstand, der aus der Summe aus Probenwiderstand und den zwei Kontaktwiderständen besteht, vernachlässigbar klein ist gegen den Eingangswiderstand des Meßgerätes und gegen den Isolationswiderstand der Meßleitungen. Die Isolation der Meßleitungen bestand aus Glas bzw. PTFE, beides Materialien, die in dem untersuchten Temperaturbereich extrem hohe Widerstände aufweisen. Das zur Spannungsmessung verwendete Digitalvoltmeter DV 1 (Systron Donner, Typ 7110) hat einen Eingangswiderstand von $10^{10} \Omega$; bei den Messungen, die wegen der kurzen Meßzeiten keine hohe Nullpunktskonstanz der Meßgeräte verlangten, wurde dem Digitalvoltmeter ein Elektrometerverstärker (Keithley, Typ 615) als Impedanzwandler vorgeschaltet; damit erhöhte sich der Eingangswiderstand für die Thermospannungsmessung auf $10^{14} \Omega$.

Um Halbleiter-Metallkontakte mit möglichst niedrigen Kontaktwiderständen zu erhalten, wurden verschiedene Kontaktierungsmethoden in Versuchsreihen getestet. Am geeignetsten für diese Messungen erwies sich dabei folgendes Verfahren:

Die Stirnflächen der Proben wurden mit Schmirgelpapier (Körnung 240 - 320) aufgerauht, mit einem industriellen Flußmittel (S39, Fa. B.V. Schiedam) benetzt und dann mit reinem Indium verlötet. Als wichtigster Parameter erwies sich bei den Versuchsreihen die Behandlung der Oberflächen vor dem Kontaktieren. Elektrisch etwa gleichwertig mit dem



- | | | | |
|-----|------------------------|----|----------------------|
| DV | Digitalvoltmeter | K | Spannungskompensator |
| EV | Elektrometerverstärker | SK | Stromkonstanter |
| GeW | Germanium-Widerstand | TE | Thermoelement |

Abb. 5: Meßanordnung für differentielle Thermospannung

Verlötten mit Indium war das Lötten mit reinem Zinn; wegen der unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten der Materialien hatten diese Kontakte jedoch nicht die geforderte mechanische Festigkeit, was sich in Zerbrechen der Germaniumproben in der Nähe der Kontakte äußerte.

Neben den guten elektrischen und mechanischen Eigenschaften der Lötung mit Indium sicherten diese großflächigen Kontakte auch einen guten Wärmeübergang von der Heizung bzw. Kaltfläche zur Probe.

3.2.2 Messung der Temperaturdifferenz

Die Temperaturdifferenz über der Probe wurde mit einem Differenzthermoelement Chromel gegen Gold-Eisen (Fa. Heraeus) gemessen; diese Kombination verfügt auch bei tiefen Temperaturen noch über eine nennenswerte differentielle Thermospannung von 13 - 20 $\mu\text{V}/\text{K}$. Wegen der oben erwähnten Forderung, daß die Störung des thermischen Gleichgewichtes klein sein soll ($\Delta T/T \sim 0,01$), betragen dennoch bei tiefen Temperaturen die gemessenen Thermospannungen nur ca. 1 bis 5 μV . Zur Vermeidung zusätzlicher unbestimmter Thermospannungen wurden die Chromeldrähte ohne Unterbrechung nach außen geführt; ihre Lötverbindungen mit den Kupferzuleitungen zum Meßgerät und die Anschlüsse am Meßgerät selbst wurden jeweils gegen Temperaturschwankungen isoliert.

Die Spannung des Thermoelements wurde mit einem Digitalvoltmeter mit Galvanometer-Vorverstärker DV 3 (Fa. Burster, Typ Nanomat) mit einer Auflösung von 10 nV gemessen.

Die differentielle Thermospannung des benutzten Thermoelements, die gerade bei tiefen Temperaturen sehr stark von den Herstellungsbedingungen der Drähte abhängt [9], und deshalb nur unter Vorbehalten Tabellen entnommen werden kann, wurde mit einem geeichten Germanium-Widerstand bestimmt.

Bei der thermischen Kontaktierung des Thermoelementes an der Probe mußte beachtet werden, daß die Temperatur der Lötstellen gleich war der Proben temperatur an diesen Kontaktstellen und nicht durch die sehr hohe Wärmeleitfähigkeit des Au-Fe-Drahtes beeinflußt wurde. Der Wärmewiderstand zwischen Probe und Lötstellen mußte also klein sein gegen den Wärmewiderstand des Thermoelementes. Außerdem mußten die Lötstellen elektrisch von der Probe isoliert sein.

Alle diese Anforderungen wurden durch die bei den Messungen benutzte Kontaktierungsmethode erfüllt: In einem Abstand von ca. 5 mm von den Stirnflächen der Probe wurden mit einem diamantimprägnierten Draht 1 mm tiefe und 0,3 mm breite Schlitze gesägt. In diese Schlitze wurden 0,2 mm dicke Plättchen aus Feinsilber mit einem Zweikomponentenkleber (Delta Bond, Fa. Neumüller), der über eine verhältnismäßig hohe Wärmeleitfähigkeit verfügt, elektrisch isoliert eingeklebt (siehe Abbildung 6); Silber ist besonders bei tiefen Temperaturen ein sehr guter Wärmeleiter. An diese Silberplättchen wurde dann das Thermoelement mit Indium angelötet. Ein direktes Einkleben der Thermoelementlötstellen in die Schlitze ist auch möglich, führt jedoch beim Probenwechsel jeweils zu einer Veränderung des Thermoelements, da der Kleber nach dem Aushärten nicht mehr gelöst werden kann. Der Einfluß der Wärmeleitung der Thermoelementdrähte wurde durch Längenvariationen in Versuchsreihen ermittelt. Für den Au-Fe-Draht (\varnothing 0,1 mm) zeigte sich kein Einfluß der Länge mehr bei einer Länge $>$ 50 cm; im Experiment verwendet wurde ein Draht mit einer Länge von ca. 100 cm; der Chromdraht (\varnothing 0,1 mm) hatte in der Kapsel eine Länge von 15 cm.

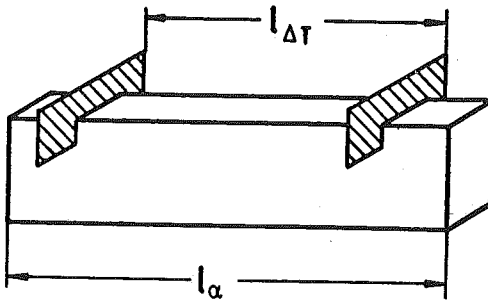


Abb. 6: Thermokontakte an der Probe

3.2.3 Messung der Probentemperatur

Als Meßfühler zur Bestimmung der Probentemperatur diente ein in dem Temperaturbereich von 1,5 K - 100 K sehr genau geeichter Germanium-Widerstand (Fa. Cryocal); durch eine Strom-Spannungs-Messung, bei der der Strom stets so gewählt wurde, daß eine Erwärmung des Meßwiderstandes vernachlässigbar war, wurde der temperaturabhängige Widerstand des Meßfühlers bestimmt und die dem Meßwert entsprechende Temperatur einer speziell für diesen Ge-Widerstand gefertigten Eich-tabelle entnommen.

Zur Messung der kleinen Temperaturdifferenz zwischen Probe und Ge-Widerstand, die durch die Anordnung in der Probenhalterung bedingt war, wurde ein zweites Au-Fe-Chromel-Thermo-element benutzt, dessen eine Lötstelle an einem der Silberplättchen an der Probe und das zweite an der Wärme-kontaktstelle des Ge-Widerstandes befestigt war.

3.2.4 Erzeugung und Messung des Magnetfeldes

Das Magnetfeld wurde mit einem wassergekühlten Elektromagneten (Fa. Bruker, Typ E 10 D 8) erzeugt, zwischen dessen Polschuhen sich der Probenraum des Kryostaten mit der zu messenden Probe befand. Als Stromversorgung für den Magneten diente bei großen Feldern ein zum Magneten gehörendes stabilisiertes Versorgungsgerät; bei kleinen Feldern ein an die Zusatzspulen des Magneten angeschlossenes stabilisiertes Netzgerät (Fa. Zentro, Typ LA 30/4). Die jeweils eingestellten Magnetfelder wurden mit einem Gaussmeter mit Hallsonde (Fa. RFL, Typ 750 A) gemessen. Die maximal erreichbare magnetische Flußdichte betrug 0,6 T.

3.3 Messung von Leitfähigkeit und Hall-Effekt

Zur Messung der Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstandes und des Hall-Koeffizienten wurden zusätzlich zu den hier als Stromzuführung dienenden Kontakten an den Stirnflächen drei weitere Kontakte an den Seitenflächen angebracht. Zwei Kontakte auf einer Seitenfläche dienten der Widerstandsbestimmung nach der Vier-Sonden-Methode; über einen dieser Kontakte und einen symmetrisch daran auf der gegenüberliegenden Seitenfläche angebrachten Kontakt wurde die Hall-Spannung gemessen; die benutzte Meßanordnung ist in Bild 7 dargestellt. Die Kontakte auf den Seitenflächen wurden auf ähnliche Weise hergestellt, wie die auf den Stirnflächen; um die Kontaktfläche klein zu halten, wurde nur anstelle von Schmirgelpapier ein diamantimprägnierter Draht mit einem Durchmesser von $\varnothing 0,3$ mm zum Aufrauhen benutzt.

Der Strom und damit die Feldstärke in der Probe wurde so klein gewählt, daß keine Stoßionisation auftrat. Als Kriterium wurde das ohmsche Verhalten der Kennlinie benutzt.

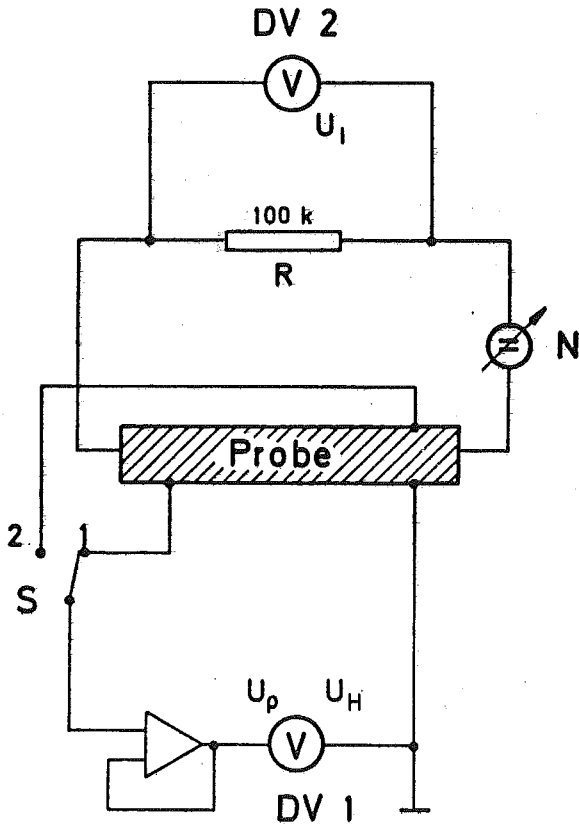


Abb. 7: Meßanordnung für spezifischen Widerstand und Hall-Koeffizient

DV: Digitalvoltmeter

N : Netzgerät

S : Schalter

4. Ergebnisse

Von den hier berichteten Ergebnissen wurden die Messungen von Leitfähigkeit, Hall-Effekt und Thermokraft ohne Magnetfeld gemeinsam mit Kaden {1} durchgeführt. Es sind hier deshalb nochmals die gleichen Ergebnisse wie in {1} aufgeführt. Die Messungen der Thermokraft als Funktion der magnetischen Induktion B wurden von mir allein durchgeführt und werden hier erstmals berichtet.

4.1 Untersühtes Material

Alle Messungen wurden an p-dotiertem Germanium durchgeführt, das bei Raumtemperatur einen spezifischen Widerstand von $0,2 \Omega\text{m}$ bei einer Störstellenkonzentration von ca. 10^{20}m^{-3} aufwies. Die quaderförmigen Proben waren aus dem gleichen Einkristall mit der Längsachse in (111)-Richtung geschnitten worden. Wegen der nur sehr geringen Anisotropie von p-dotiertem Germanium wurde auf eine definierte Orientierung der Seitenflächen der Quader verzichtet. Eine zur Kontrolle durchgeführte Strukturätzung {10} bestätigte, daß das Material praktisch versetzungsfrei war.

4.2 Leitfähigkeit und Hall-Effekt

Die Messungen des spezifischen Widerstandes und des Hall-Koeffizienten sind im Temperaturbereich von 5 K bis 300 K durchgeführt worden und in den Abbildungen 8 und 9 dargestellt.

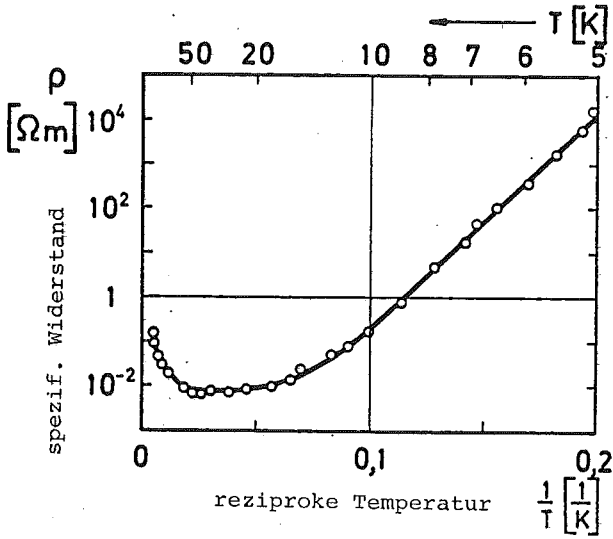


Abb. 8: Spezifischer Widerstand

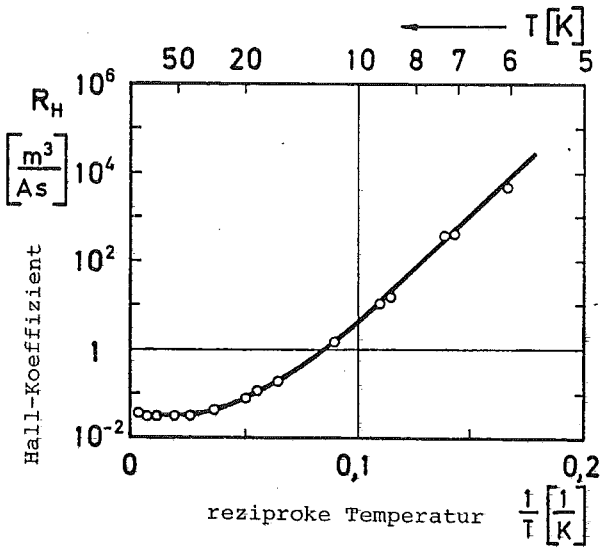


Abb. 9: Hall-Koeffizient

4.3 Differentielle Thermospannung

Die differentielle Thermospannung hängt im Bereich niedriger Temperaturen von den Dimensionen der Probe ab; deshalb wurden die Messungen an Proben mit verschiedenen Querschnittsflächen durchgeführt. Bild 10 zeigt die ohne Magnetfeld durchgeführten Messungen an den zwei Proben mit der größten und der kleinsten Querschnittsfläche F.

Die im Querschnitt rechteckigen Proben hatten die Abmessungen (in mm):

Probe 1	:	F = 3,8 x 4,4	L = 20,0
Probe 2	:	F = 1,6 x 4,0	L = 24,1

Im Bild 10 ist gleichzeitig auch der nach Formel (12) S.40 berechnete elektronische Anteil der differentiellen Thermospannung eingezeichnet.

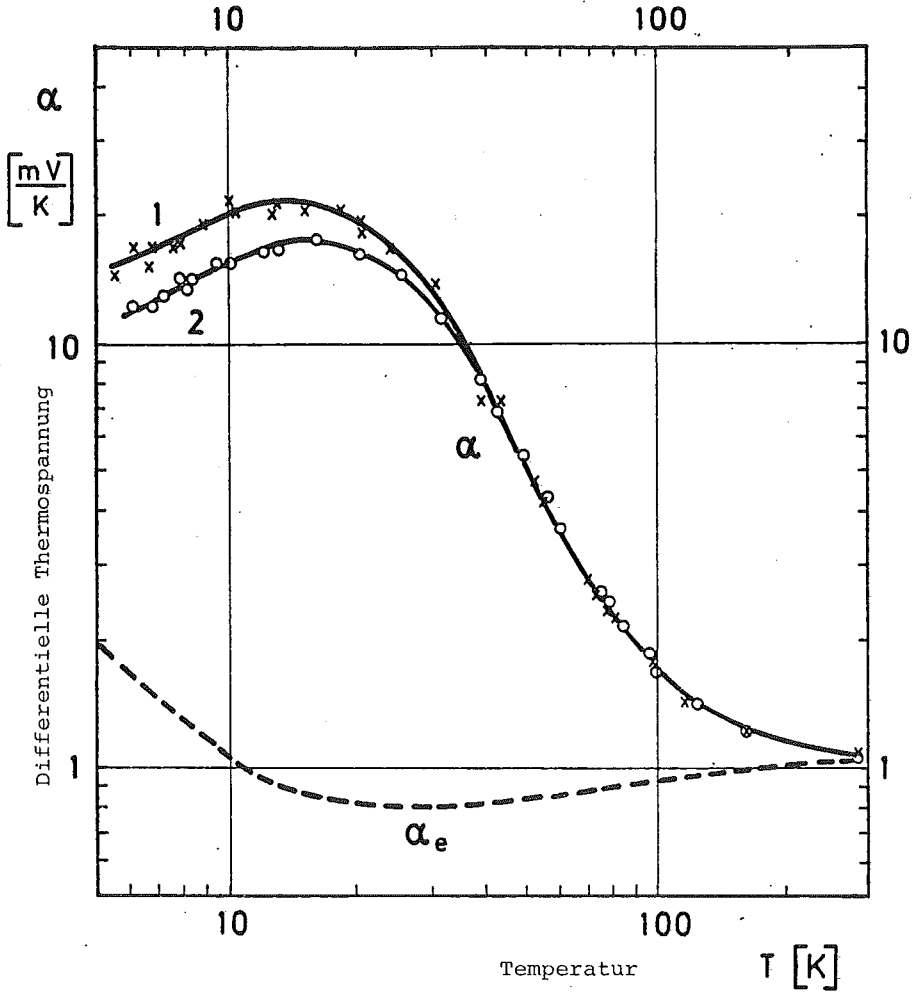


Abb. 10: Differentielle Thermospannung α (gemessen) und elektronischer Anteil α_e (berechnet)

x Probe 1

o Probe 2

4.4 Änderung der Thermospannung im Magnetfeld

Wie nach der theoretischen Berechnung zu erwarten war, konnte kein Einfluß der Probengröße auf die relative Thermospannungsänderung festgestellt werden. Da die Langzeitstabilität des Kryostaten besonders bei tiefen Temperaturen stark von der zugeführten Leistung abhängt, wurden deshalb ausführliche Messungen der relativen Thermospannungsänderung nur an Probe 2 durchgeführt; wegen des geringen Querschnitts dieser Probe und der damit geringeren Wärmeleitung wird zur Aufrechterhaltung des Temperaturgradienten dem Kryostaten weniger Leistung zugeführt.

Die relative Änderung der Thermospannung im Magnetfeld $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ ist für verschiedene Feldstärken über der Temperatur in Abbildung 11 dargestellt. Die bei tiefen Temperaturen gestrichelt eingezeichneten Meßkurven kennzeichnen den mit fallender Temperatur sehr starken Abfall der relativen Thermospannungsänderung für größere Magnetfelder.

Die Messungen wurden derart vorgenommen, daß bei einer bestimmten Temperatur ein Temperaturgradient eingestellt wurde und unter Variation des Magnetfeldes die Thermospannung gemessen wurde. Einige dieser Meßkurven sind in den Abbildungen 12 und 13 dargestellt.

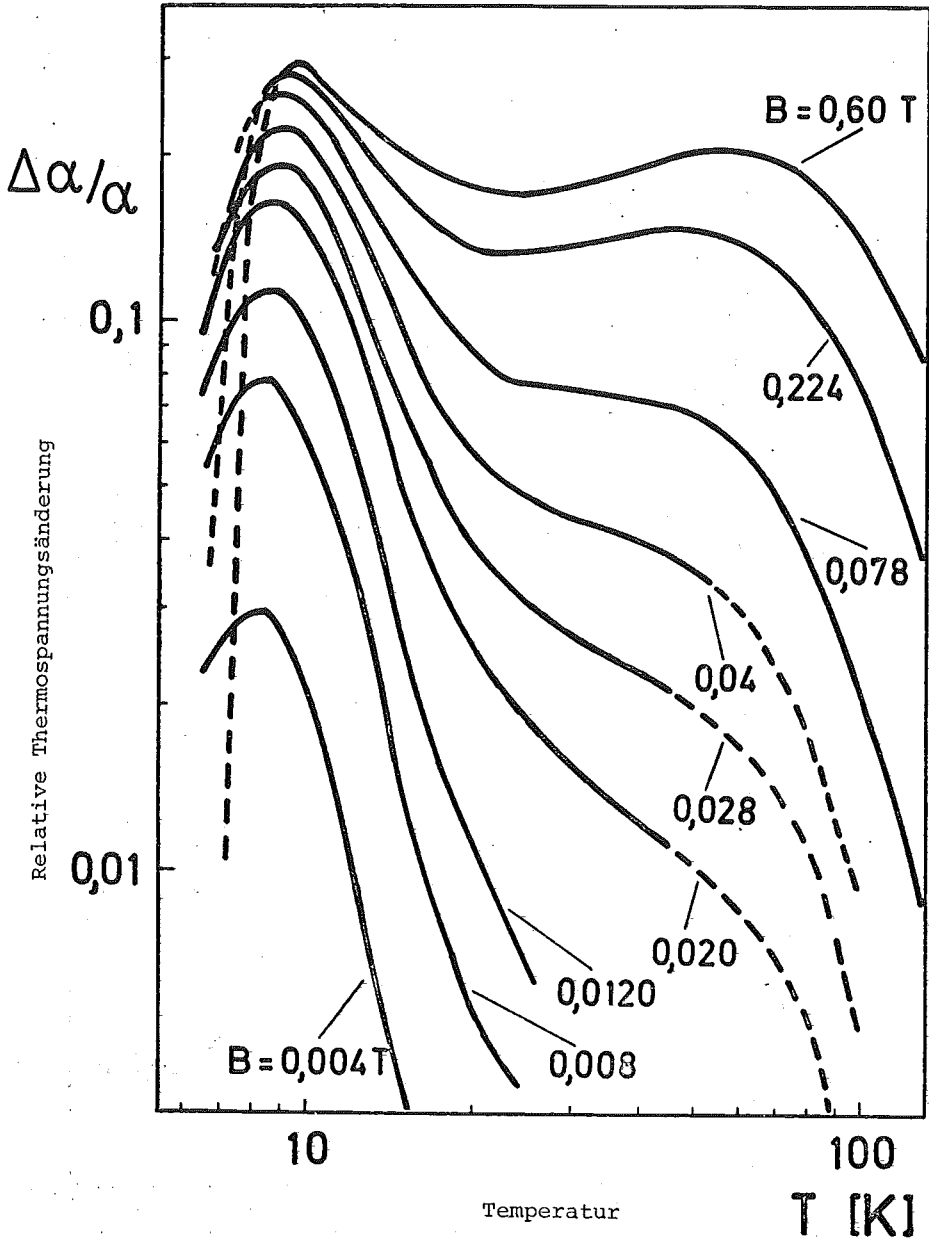


Abb. 11: Relative Thermospannungsänderung $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ als Funktion der Temperatur T , Parameter: magnetische Induktion B

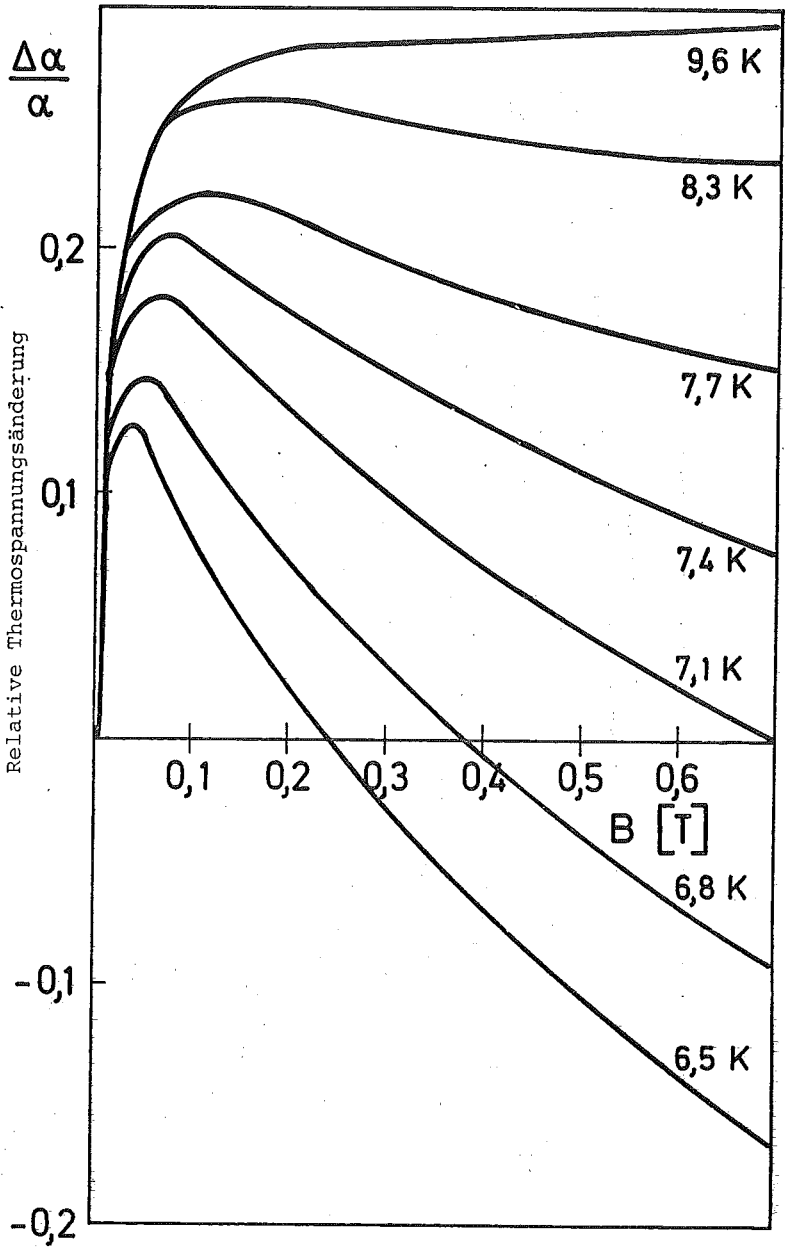


Abb. 12: Relative Thermospannungsänderung $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ als Funktion der magnetischen Induktion B , Parameter: Temperatur T

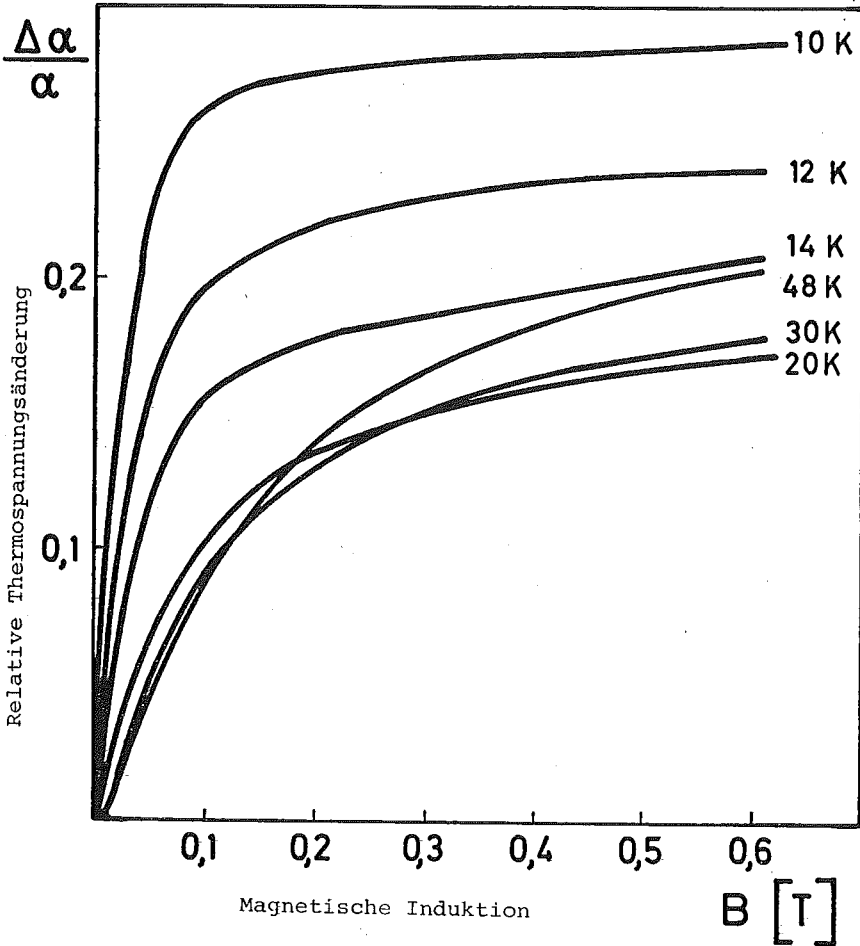


Abb. 13: Relative Thermospannungsänderung $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ als Funktion der magnetischen Induktion B , Parameter: Temperatur T

5. Auswertung und Diskussion

5.1 Leitfähigkeit und Hall-Effekt

Aus dem Hall-Koeffizienten und seiner Temperaturabhängigkeit können Aussagen über Art und Konzentration der Ladungsträger und damit auch der Störstellen in dem untersuchten Material gewonnen werden. Für große Magnetfelder gilt:

$$R_H = (e n)^{-1}$$

Für den Temperaturbereich, in dem der Hallkoeffizient nicht von der Temperatur abhängt, ist mit $n = N_A - N_D$ { 1 }

$$N_A - N_D = \frac{1}{e R_H} = 2 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$$

Im Temperaturbereich $T < 10 \text{ K}$ hängt der Hall-Koeffizient R_H exponentiell von der reziproken Temperatur ab; aus der Größe der Temperaturabhängigkeit und der Tatsache, daß die normalen Dotierungsmaterialien der 3. Gruppe des Periodensystems eine Ionisierungsenergie von 0,01 eV aufweisen jedoch keine Dotierungsstoffe mit einer Ionisierungsenergie von 0,02 eV geläufig sind, ergibt sich { 1, 11, 12 }, daß das untersuchte Material teilkompensiertes Germanium ist mit

$$\frac{N_D}{N_A} = 35$$

Die Dotierung des Materials ist also

$$\begin{aligned} N_D &\approx 2 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3} \\ N_A &\approx 6 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3} \end{aligned}$$

Einen Überblick über die Streuprozesse der Ladungsträger gewinnt man aus der Temperaturabhängigkeit der Ladungsträ-

gerbeweglichkeit μ , die sich aus den Messungen von spezifischem Widerstand und Hall-Koeffizient berechnen läßt:

$$\mu = \frac{R_H}{\rho}$$

Abbildung 14 zeigt die Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit μ im Bereich zwischen 5 K und 300 K. Zusätzlich eingezeichnet sind die Asymptoten der Beweglichkeit für Streuung an Gitterschwingungen μ_ϕ und an ionisierten Störstellen μ_i .

Wird die Beweglichkeit der Ladungsträger ausschließlich durch Streuung an Gitterschwingungen bestimmt, so erhält man bei höheren Temperaturen ($T > 60$ K), bei denen Streuung sowohl an akustischen als auch an optischen Phononen stattfindet {11}:

$$(8) \quad \mu_\phi = 1,05 \cdot 10^5 T^{-2,33} \text{ m}^2/\text{Vs}$$

Im Bereich tiefer Temperaturen ($T < 60$ K) erfolgt Streuung der Ladungsträger praktisch nur noch an akustischen Phononen {12}:

$$(9) \quad \mu_\phi = 3,4 \cdot 10^3 T^{-1,5} \text{ m}^2/\text{Vs}$$

Bei Streuung der Ladungsträger an ionisierten Störstellen ist die Beweglichkeit gegeben durch {6}

$$(10) \quad \mu_i \sim N_i^{-1} T^{1,5}$$

Unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Dichte der ionisierten Störstellen N_i ergibt sich der eingezeichnete Verlauf {1}. Die Dichte der ionisierten Störstellen ist bei Temperaturen $T < 8$ K konstant: $N_i = 2 N_D$, zu höheren Temperaturen nimmt sie zu, bis sie im Bereich der Störstellenerschöpfung (ca. $T > 35$ K) den konstanten Wert $N_i = N_A \approx 35 N_D$ erreicht.

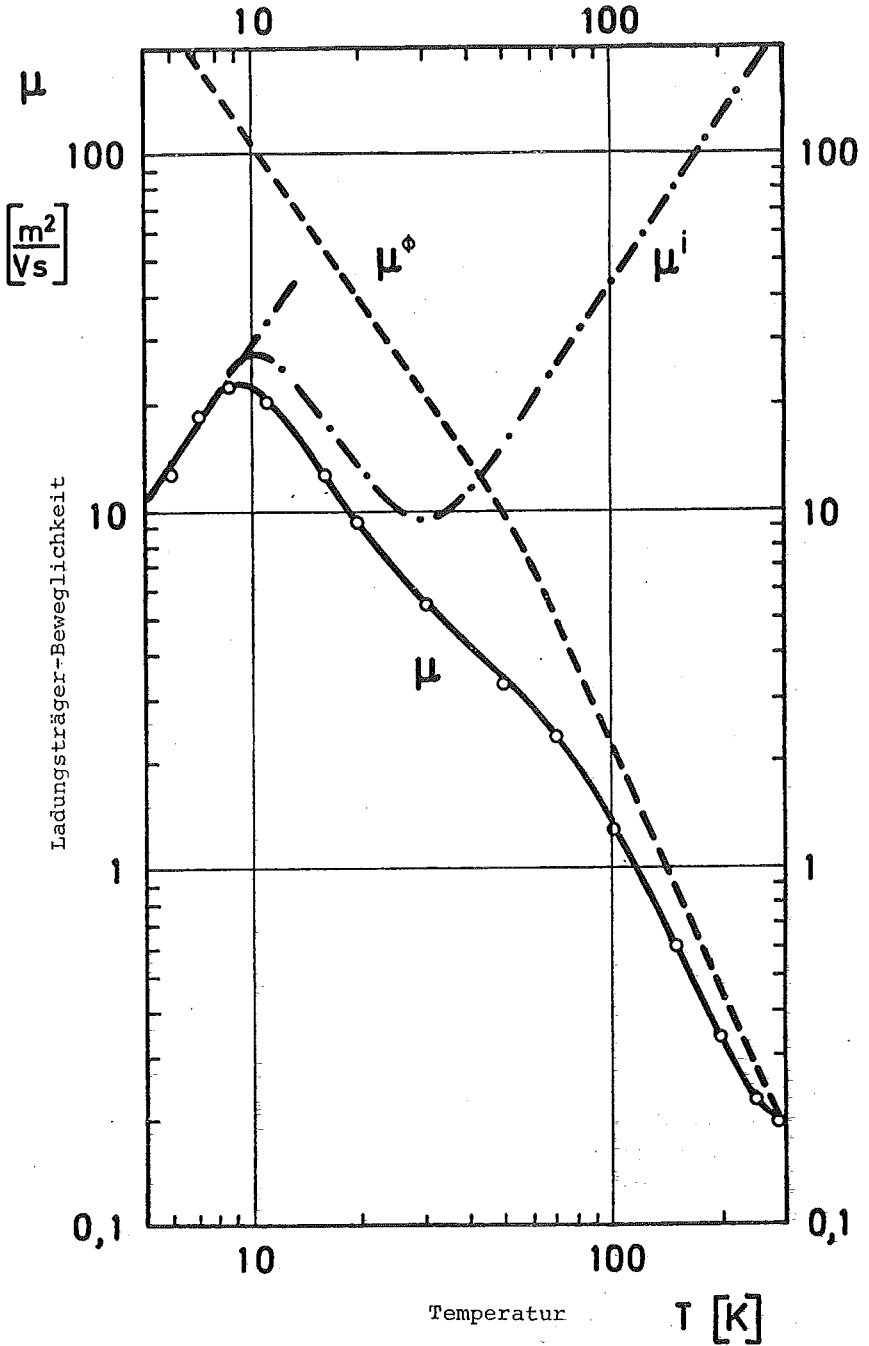


Abb. 14: Ladungsträger-Beweglichkeit μ mit Streuasymptoten

Die Beweglichkeit der Ladungsträger wird bei Temperaturen $T < 8$ K durch Streuung der Ladungsträger an ionisierten Störstellen bestimmt, bei Temperaturen $T > 100$ K durch Streuung an Phononen. Im Temperaturbereich dazwischen wird die Beweglichkeit von beiden Streuprozessen beeinflusst und lässt sich ungefähr berechnen aus:

$$(11) \quad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_i} + \frac{1}{\mu_\phi}$$

5.2 Differentielle Thermospannung

Die Streuprozesse der Phononen bei tiefen Temperaturen lassen sich anhand des Phonondrag-Anteils der differentiellen Thermospannung untersuchen. Nach Gleichung (3) erhält man den Phonondrag-Anteil durch Differenzbildung zwischen gemessener Thermospannung und dem elektronischen Anteil; dieser ergibt sich zu {6}

$$(12) \quad \alpha_e = \pm \frac{1}{eT} (a k_0 T - \zeta)$$

und ist in Abbildung 10 gestrichelt eingezeichnet. Der Phonondrag-Anteil der differentiellen Thermospannung für zwei im Querschnitt unterschiedliche Proben ist in Abbildung 15 dargestellt. Zusätzlich eingezeichnet sind die Asymptoten für reine Phonon-Phonon-Streuung und für reine Grenzflächenstreuung. Eine ausführliche Auswertung und Diskussion dieser Ergebnisse sind bereits von Kaden {1} durchgeführt worden.

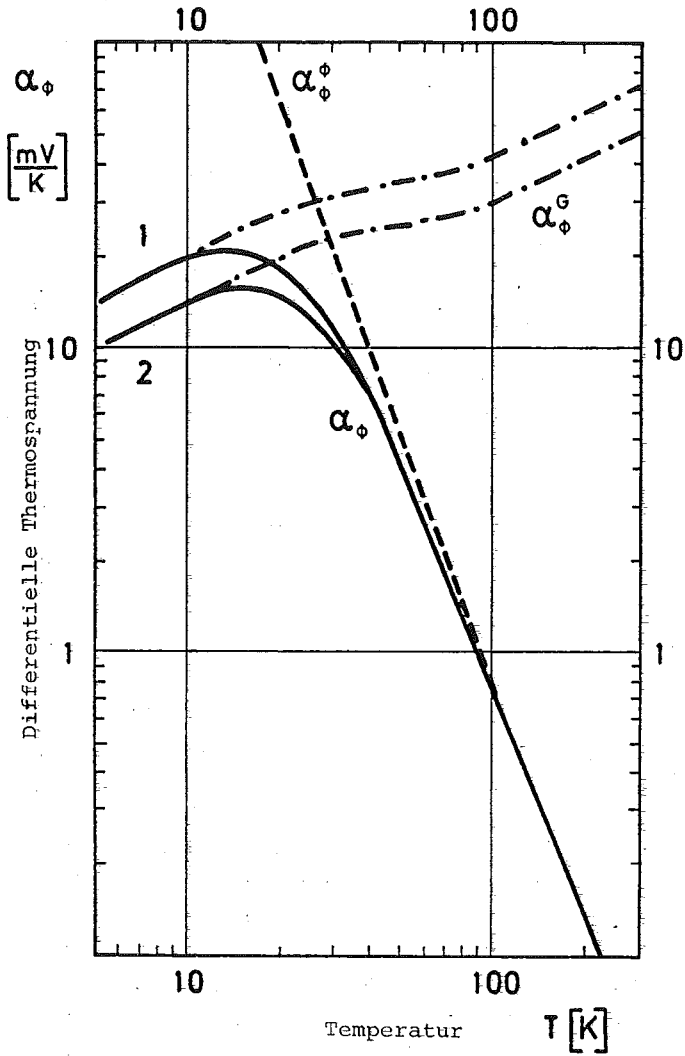


Abb. 15: Phonondrag-Anteil der differentiellen Thermospannung mit Streuasymptoten

5.3 Relative Änderung der differentiellen Thermospannung im Magnetfeld

5.3.1 Beliebige Magnetfelder

Der elektronische Anteil und der Phonondrag-Anteil der Thermospannungsänderung im Magnetfeld sind von Appel {2} berechnet und als Funktion des Produktes aus Gitterbeweglichkeit $\mu\phi$ und magnetischer Induktion B dargestellt worden. Da die relativen Änderungen des elektronischen und des Phonondrag-Anteils etwa in der gleichen Größenordnung liegen, der Absolutwert des Phonondrag-Anteils und damit auch seiner Änderung im Bereich tiefer Temperaturen aber wesentlich größer ist als der des elektronischen Anteils, kann der elektronische Anteil vernachlässigt werden und die Änderung der Thermospannung praktisch gleich gesetzt werden der Änderung des Phonondrag-Anteils:

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \sim \frac{\Delta\alpha_{\phi}}{\alpha_{\phi}}$$

Wie man aus den Abbildungen 10 und 15 ersehen kann, ist diese Näherung sicher erlaubt für den Temperaturbereich $6,5 \text{ K} \leq T \leq 45 \text{ K}$.

Zum Vergleich mit der Theorie ist die gemessene relative Thermospannungsänderung als Funktion von $\mu_{\phi}B$ in den Abbildungen 16 und 17 dargestellt. In Abbildung 16 ist für den Temperaturbereich $T < 8,5$ deutlich der mit Erniedrigung der Temperatur zunehmende Einfluß der Streuung der Ladungsträger an ionisierten Störstellen zu erkennen: Nach Durchlaufen eines Maximums nimmt die relative Änderung der Thermospannung mit wachsenden Werten von $\mu_{\phi}B$ ab und hat einen Nulldurchgang (siehe auch Abbildung 12), der mit sinkender Temperatur bei immer niedrigeren Werten von $\mu_{\phi}B$ liegt. Damit nähert sich mit sinkender Temperatur der Verlauf der Kurve immer mehr dem in Abbildung 2 für die Parameter $\beta^2 = 1$, $\lambda \gg 1$ dargestellten an.

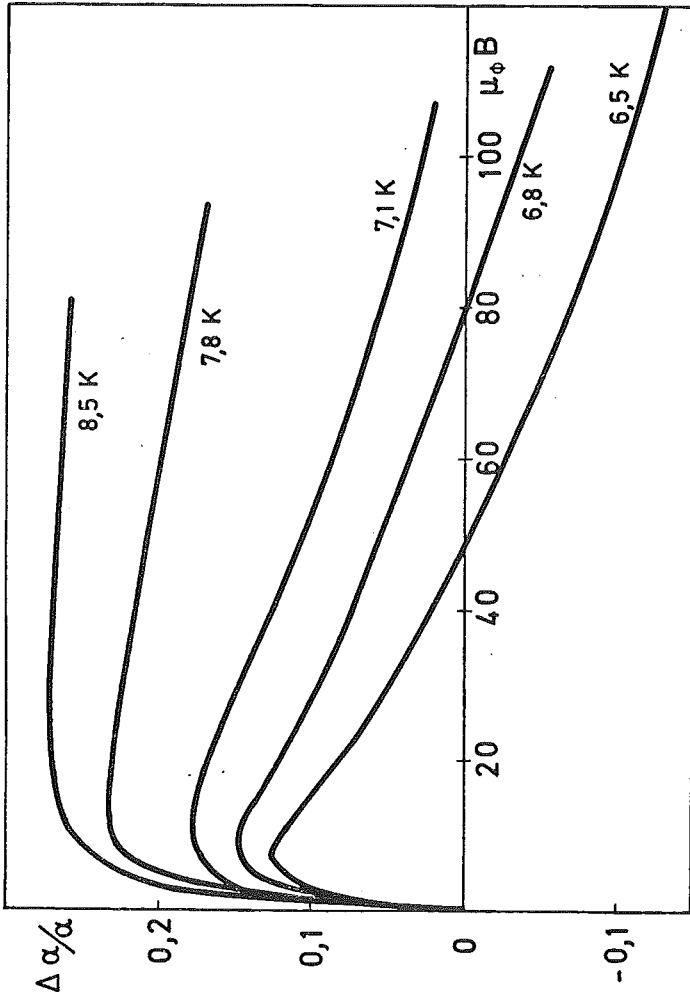


Abb. 16: Relative Thermospannungsänderung $\Delta\alpha/\alpha$ als Funktion des Produkts aus Gitterbeweglichkeit μ_ϕ und magnetischer Induktion B, Parameter: Temperatur T

Für Temperaturen $T > 8,5 \text{ K}$ zeigen die Kurven in Abbildung 17 den für überwiegende Elektron-Phonon-Streuung charakteristischen Verlauf, wie er nach der theoretischen Berechnung in Abbildung 3 für die Parameter $\beta^2 = 0$, $\lambda \rightarrow \infty$ dargestellt ist. Der Sättigungswert der gemessenen Kurven für starke Felder ist etwa doppelt so groß, wie der theoretisch berechnete; diese Diskrepanz wurde schon von {2} und {5} bei Messungen bei einer Temperatur $T = 80 \text{ K}$ gefunden und auf eine geringe Anisotropie der schweren Defektelektronen, die bei starken Magnetfeldern die Thermospannungsänderung ausschließlich bestimmt, zurückgeführt.

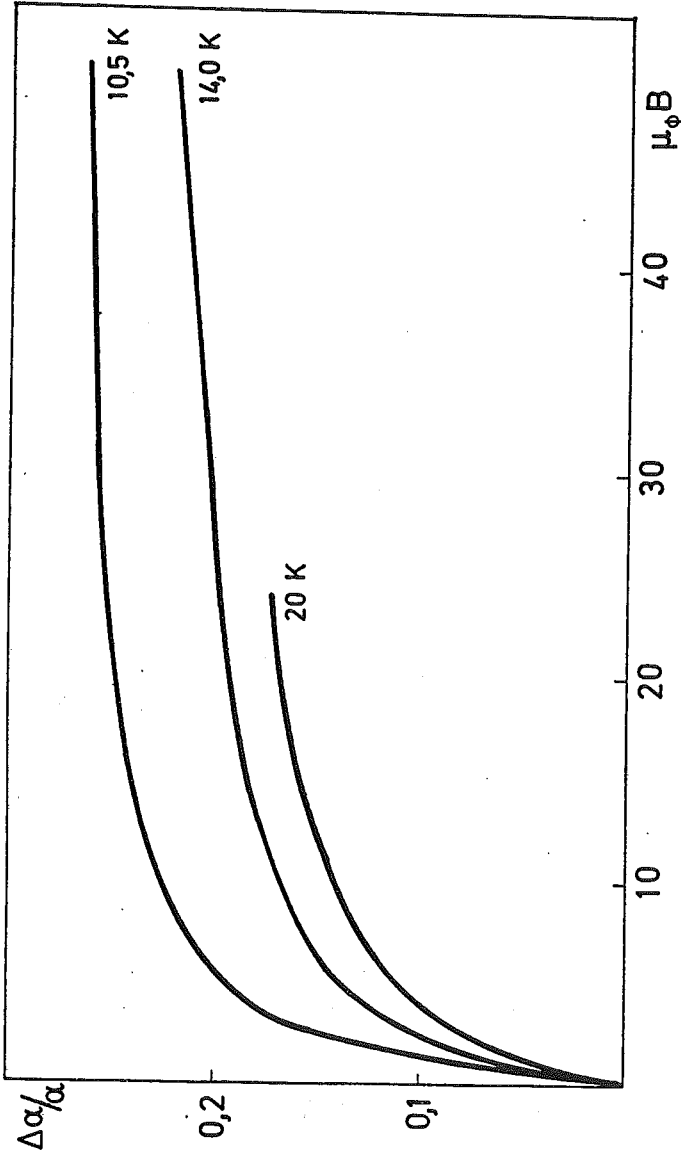


Abb. 17: Relative Thermospannungsänderung $\Delta\alpha/\alpha$ als Funktion des Produkts aus Gitterbeweglichkeit μ_ϕ und magnetischer Induktion B, Parameter: Temperatur T

5.3.2 Kleine Magnetfelder

Für sehr kleine Magnetfelder, für die die Bedingung $\mu^2 B^2 \ll 1$ erfüllt ist, konnte in Kapitel 2 eine explizite Lösung für die relative Thermospannungsänderung angegeben werden

$$(7) \quad \frac{\Delta\alpha_\phi}{\alpha_\phi} = \mu_\phi^2 B^2 \cdot F$$

Die relative Thermospannungsänderung ist proportional dem Quadrat der magnetischen Induktion B und einem Faktor F, dessen Größe und Vorzeichen vom vorherrschenden Streumechanismus der Ladungsträger abhängt. Um zu überprüfen, in welchem Bereich die Messungen der Bedingung sehr kleiner Magnetfelder genügen, ist in Abbildung 18 die relative Thermospannung als Funktion der magnetischen Induktion in doppellogarithmischem Maßstab dargestellt. Zusätzlich eingezeichnet ist eine Gerade proportional zu B^2 . An dem im unteren Teil nahezu parallelen Verlauf der Meßkurven zur Proportionalitätsgeraden ist zu erkennen, daß in diesem Bereich die Bedingung $\mu^2 B^2 \ll 1$ hinreichend erfüllt ist. Dieser Teil der Messungen wurde benutzt, um den Faktor F aus Gleichung (7) zu bestimmen

$$F = \frac{\Delta\alpha/\alpha}{\mu_\phi^2 B^2}$$

Zur Berechnung verwendet wurden Werte der Streuungsasymptoten der Gitterbeweglichkeit in Abbildung 14, die sich ergeben aus

$$\mu_\phi = 3,4 \cdot 10^3 \text{ T}^{1,5} \text{ m}^2/\text{Vs}$$

Zur Erhöhung der Genauigkeit wurden die Ergebnisse zu kleinen Feldern hin extrapoliert.

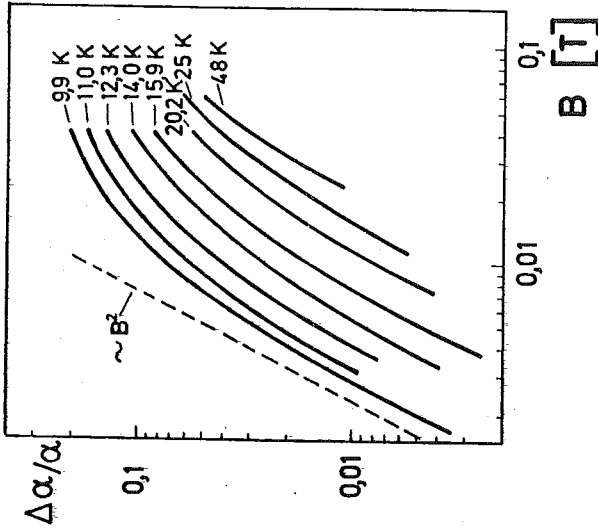
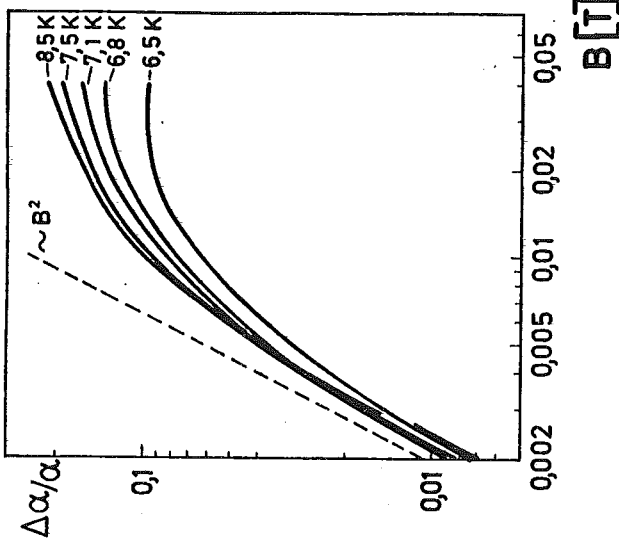


Abb. 18: Relative Thermospannungsänderung $\Delta\alpha/\alpha$ als Funktion der magnetischen Induktion B dargestellt zur Ermittlung des Gültigkeitsbereiches der Voraussetzung $\Delta\alpha/\alpha \sim B^2$

Als Ergebnis ist für den Temperaturbereich $6,5 \text{ K} \leq T \leq 45 \text{ K}$ der Faktor F als Funktion der Temperatur in Abbildung 19 dargestellt. Der Wert von F nimmt mit fallender Temperatur erst stark ab, durchläuft ein Minimum bei etwa 18 K , dann ein kleines Maximum bei etwa 10 K und fällt dann weiter mit absinkender Temperatur. Dieser Verlauf beschreibt sehr deutlich den gerade in diesem Temperaturbereich stattfindenden Wechsel im Einfluß der Streumechanismen auf die Ladungsträgerbeweglichkeit. Im Bereich höherer Temperaturen wird die Beweglichkeit praktisch allein bestimmt durch Streuung der Ladungsträger an Gitterschwingungen; dieser Bereich wird in dieser Auswertung nicht mehr erfaßt; der Faktor F hätte hier den konstanten Wert $F = 0,38$ bei Vorhandensein nur einer Ladungsträgersorte, in $p\text{-Ge}$ mit zwei unterschiedlichen Defektelektronenarten einen zwei- bis dreimal größeren Wert {2}. Mit absinkender Temperatur macht sich die Streuung der Ladungsträger an ionisierten Störstellen stärker bemerkbar: Da bei alleiniger Streuung der Ladungsträger an ionisierten Störstellen der Faktor F einen negativen Wert hat, nimmt mit zunehmendem Einfluß dieses Streumechanismusses die Größe von F ab. Dieses Verhalten wird im Temperaturbereich zwischen etwa 45 K und 25 K und bei Temperaturen $T < 10 \text{ K}$ beobachtet. Der hiervon abweichende Verlauf im Temperaturbereich zwischen ca. 25 K und 10 K ist auf die mit Erniedrigung der Temperatur abnehmende Konzentration der ionisierten Störstellen zurückzuführen. Aus dem leichten Ansteigen des Wertes von F bei sinkenden Temperaturen ist zu entnehmen, daß sich in diesem Temperaturbereich das Verhältnis des Einflusses der Streumechanismen wieder etwas zugunsten der Streuung der Ladungsträger an Gitterschwingungen ändert. Dieses Verhalten muß nach den Gleichungen (9) und (10) zurückgeführt werden auf ein sehr starkes Absinken der Konzentration der ionisierten Störstellen.

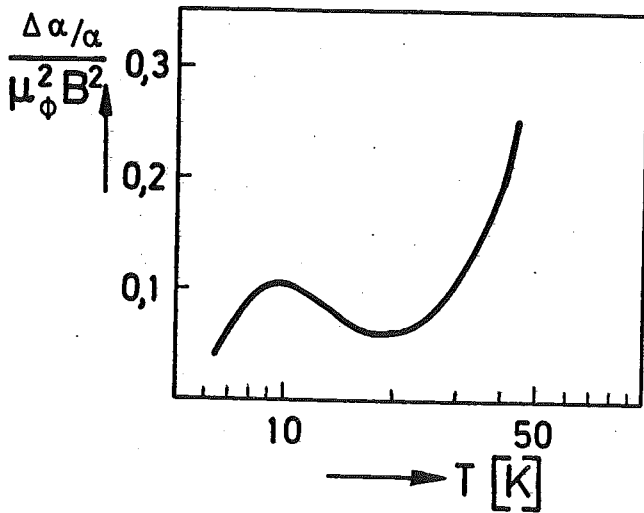


Abb. 19: Der Faktor $F = \frac{\Delta\alpha/\alpha}{\mu_\phi^2 B^2}$ dargestellt als Funktion der Temperatur T

Ein Vergleich des aus der Messung der Thermospannungsänderung ermittelten Verhältnisses der Streumechanismen mit dem aus Hall-Effekt- und Leitfähigkeitsmessungen gefundenen und in Abbildung 14 dargestellten zeigt weitgehende Übereinstimmung, was besonders durch die eingezeichneten Streuasymptoten verdeutlicht wird. Allerdings muß der Verlauf von μ_i in Abbildung 14 im Temperaturbereich zwischen etwa 25 K und 10 K etwas steiler sein als eingezeichnet, so daß sich diese Streuasymptote bei Erniedrigung der Temperatur ein klein wenig der Streuasymptote μ_ϕ annähert, da sich das Verhältnis der Beweglichkeiten etwas zugunsten der Gitterbeweglichkeiten verschiebt.

Der Verlauf von $F = \frac{\Delta\alpha}{\alpha} / \mu_\phi^2 B^2$ als Funktion der Temperatur in Abbildung 19 zeigt, ein wie empfindliches Maß für das Verhältnis der Streumechanismen zueinander diese Größe darstellt. Sobald eine Berechnung der Änderung der Thermospannung im Magnetfeld für unterschiedliche Verhältnisse der Streumechanismen zueinander vorliegt, die die besondere Struktur des Valenzbandes von p-dotiertem Germanium berücksichtigt, bieten die Ergebnisse der Messung der Thermospannungsänderung im Magnetfeld die Möglichkeit, in Verbindung mit den Beweglichkeitsmessungen aus Hall-Effekt und Leitfähigkeit den Verlauf der Streuasymptoten für Streuung an Phononen und an ionisierten Störstellen anzugeben.

6. Vergleich mit Ergebnissen anderer Autoren

Messungen der Änderung der Thermospannung im Magnetfeld von Germanium im Bereich tiefer Temperaturen wurden von Herring { 3 }, Mochan { 4 }, Erdmann { 5 } und Puri { 13 } durchgeführt. Die Messungen von Herring und Mochan beschränken sich im wesentlichen auf den Temperaturbereich $T > 60$ K, während der Schwerpunkt der Untersuchungen von Puri im Bereich extrem großer Magnetfelder liegt, in denen Quantisierungseffekte eine große Rolle spielen.

Erdmann hat die Thermospannungsänderung im Temperaturbereich zwischen 20 K und 100 K für unterschiedlich dotiertes Germanium und für verschiedene kristallographische Richtungen untersucht. Wegen der starken Anisotropie von n-dotiertem Germanium und wegen des nicht mehr vernachlässigbaren Einflusses der Ladungsträger auf das Phononensystem bei Ladungsträgerkonzentrationen, die wesentlich größer als ca. 10^{20} m^{-3} sind, ist ein Vergleich nur mit den Messungen an einer Probe mit der Dotierung $N_D - N_A = 1,7 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ möglich. Diese Ergebnisse zeigen volle Übereinstimmung im Bereich mittlerer und großer Magnetfelder für Temperaturen $20 \text{ K} < T < 100 \text{ K}$, wie in den Abbildungen 20 und 21 zu erkennen ist.

In Abbildung 20 ist zum Vergleich die relative Thermospannungsänderung als Funktion der magnetischen Induktion für annähernd gleiche Temperaturen aufgetragen. Es läßt sich abgesehen vom Einfluß der leicht unterschiedlichen Meßtemperaturen keine wesentliche Abweichung der Messungen voneinander erkennen.

In Abbildung 21 ist der Sättigungswert der relativen Thermospannungsänderung bei der maximal erreichbaren magnetischen Induktion für den Temperaturbereich $20 \text{ K} < T < 100 \text{ K}$ aufgetragen. Die kleine Abweichung in der Größe der Änderung läßt sich dadurch erklären, daß der Sättigungswert bei einem Magnetfeld von 0,6 T noch nicht ganz erreicht

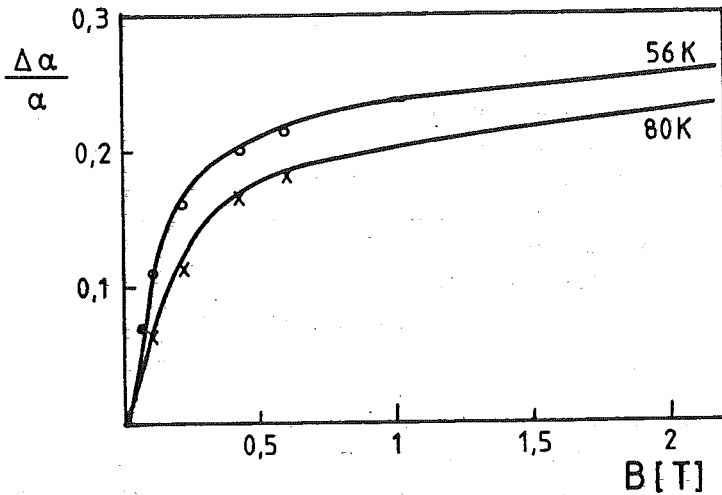


Abb. 20: Relative Thermospannungsänderung als Funktion der magnetischen Induktion B bei $T \approx 56$ K, 80 K
 — Messungen von Erdmann { 5 }
 x, o Messungen aus dieser Arbeit

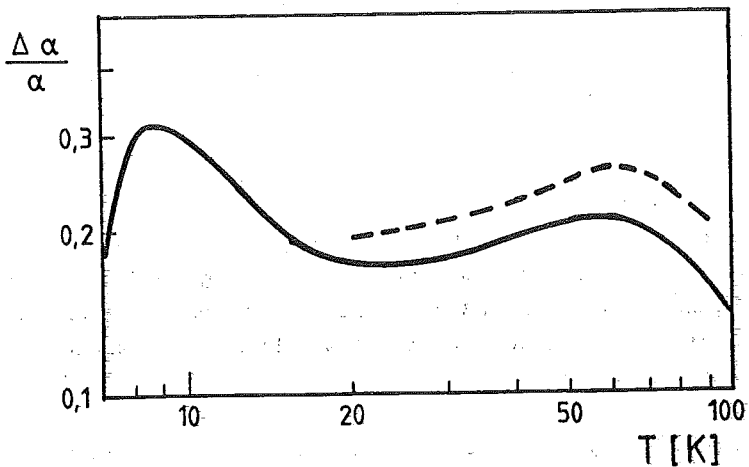


Abb. 21: Relative Thermospannungsänderung als Funktion der Temperatur T .
 ----- Messungen von Erdmann { 5 } bei einer magnet. Induktion $B = 2,16$ T
 — Messungen aus dieser Arbeit bei einer magnet. Induktion $B = 0,6$ T

ist, wie aus Abbildung 20 deutlich zu erkennen ist.

Vergleichbare Messungen der Thermospannungsänderung bei mittleren und großen Magnetfeldern im Temperaturbereich $T < 20 \text{ K}$ und bei sehr kleinen Magnetfeldern im Temperaturbereich unterhalb 60 K liegen bisher nicht vor.

Zusammenfassung

Es wurden die Streuprozesse der Ladungsträger in schwach p-dotiertem Germanium untersucht. Zu diesem Zweck wurden thermoelektrische, thermomagnetische und galvanomagnetische Temperaturkoeffizienten von Germanium als Funktion der Temperatur gemessen. In der theoretischen Berechnung der thermomagnetischen Effekte wurde ein Vorzeichenwechsel der Thermospannungsänderung beim Übergang von der Streuung der Ladungsträger an Phononen zur Streuung an ionisierten Störstellen als dominierendes Streuprozess vorhergesagt. Hall-Effekt- und Leitfähigkeitsmessungen zeigten, daß dieser Übergang bei den hier untersuchten Proben im Temperaturbereich zwischen ca. 6,5 K und 45 K stattfindet. Deshalb wurde diesem Temperaturbereich bei der Messung der Thermospannungsänderung besonderes Gewicht beigemessen. Bei diesen Messungen gelang es erstmals, den Vorzeichenwechsel beim Wechsel des dominierenden Streuprozesses zu beobachten.

Die aus Hall-Effekt- und Leitfähigkeitsmessungen ermittelte Ladungsträgerbeweglichkeit setzt sich nach der Mathiesschen Regel aus den durch verschiedene Streumechanismen bedingten Beweglichkeiten zusammen. Zur Ermittlung der Einzelbeiträge bedarf es weiterer Messungen. Die Auswertung der Meßergebnisse der relativen Thermospannungsänderung bei sehr kleinen Magnetfeldern zeigt, daß eine Änderung im Verhältnis der Streumechanismen zueinander sehr empfindlich erfaßt werden kann. Diese Ergebnisse erlauben es also, das Verhältnis der Beweglichkeiten zueinander sehr genau zu bestimmen, sobald eine theoretische Berechnung der Thermospannungsänderung im Magnetfeld für unterschiedliche Verhältnisse der Streumechanismen zueinander vorliegt, die die Struktur des Valenzbandes von p-Germanium berücksichtigt. Damit ist von den experimentellen Ergebnissen her die Voraussetzung gegeben, die Streuasymptote für Streuung der Ladungsträger an akustischen Phononen zu ermitteln.

Verzeichnis der verwendeten Symbole

B	magnetische Induktion
E	elektrische Feldstärke
e	Elementarladung
h	Plancksches Wirkungsquantum
j	elektrische Stromdichte
k	Wellenzahl der Ladungsträger
k_0	Boltzmann-Konstante
l	mittlere freie Weglänge
m^*	effektive Masse der Ladungsträger
N_A	Dichte der Akzeptoren
N_D	Dichte der Donatoren
N_i	Dichte der ionisierten Störstellen
n	Ladungsträgerdichte
s	Schallgeschwindigkeit longit. akust. Phononen
R_H	Hall-Koeffizient
T	absolute Temperatur
W	Wärmestromdichte

α	differentielle Thermospannung
ϵ	Ladungsträgerenergie
ζ	chemisches Potential
μ	Beweglichkeit der Ladungsträger
ρ	spezifischer Widerstand
τ	Relaxationszeit

Folgende Indizes werden häufig benutzt:

i	bei Streuung an ionisierten Störstellen
ϕ	bei Streuung an Phononen; Phonondrag-Anteil

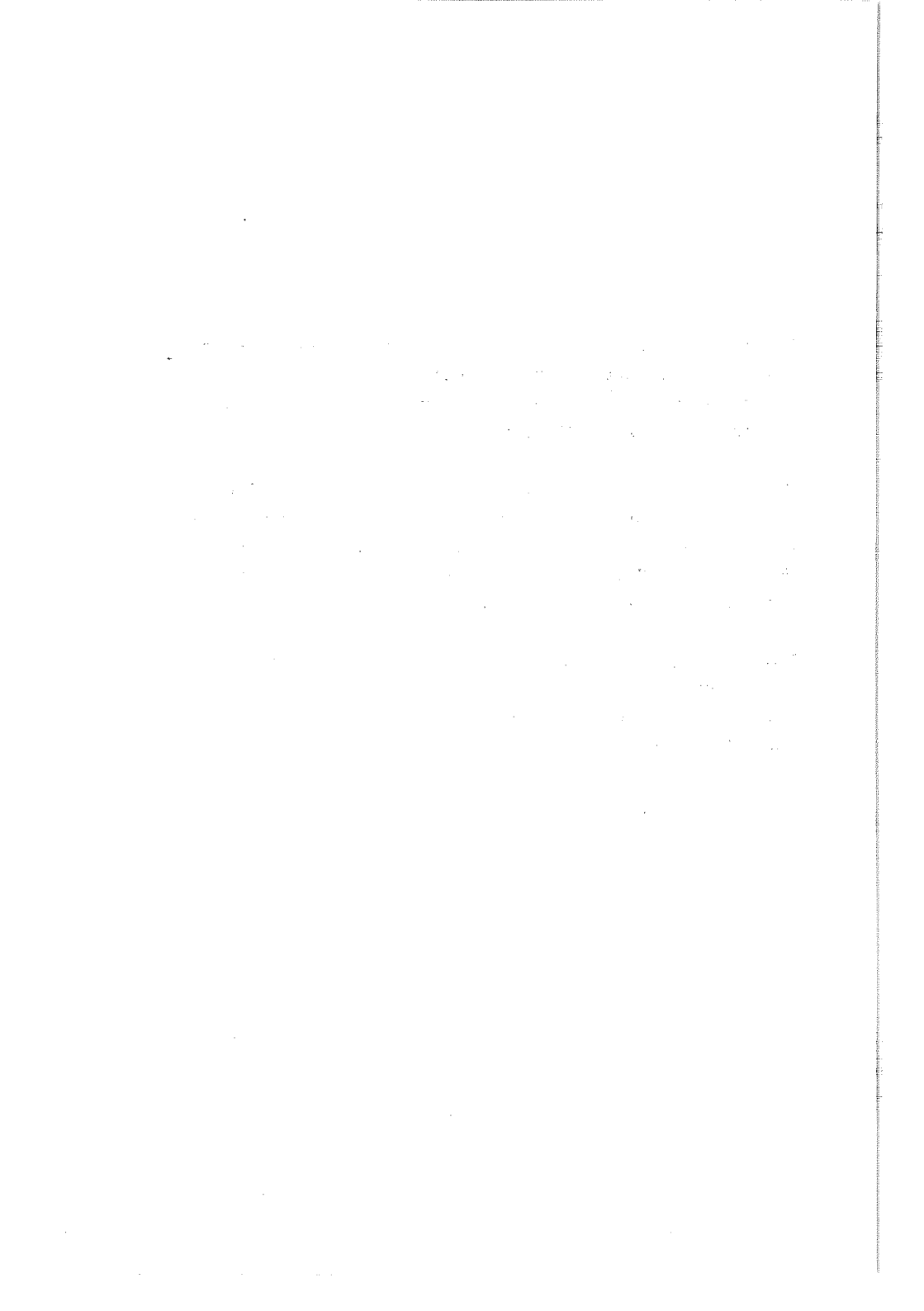
Literaturverzeichnis

- {1} E. Kaden, Dissertation, Universität Hannover, 1979
- {2} J. Appel, Z. Naturforschung 13a (1958) 386
- {3} C. Herring, T.H. Geballe, J.E. Kunzler
Phys. Rev. 111 (1958) 36
- {4} I.V. Mochan, I.u.N. Obratsov, T.V. Krylov
Sov. Phys. Techn. Phys. 2 (1957) 213
- {5} J. Erdmann, Z. Naturforschung 13a (1958) 650
- {6} A.I. Anselm, "Einführung in die Halbleitertheorie"
Akademie-Verlag, Berlin, 1964
- {7} K. Seeger, Semiconductor Physics,
Springer, Wien, N.Y. 1973
- {8} L.D. Landau, E.M. Lifschitz,
Einführung in die Theoretische Physik VIII
Akademie-Verlag, Berlin, 1967
- {9} R.L. Rosenbaum, Rev.Scient.Instr. 39 (1968) 890
- {10} A.F. Bogenschütz, "Ätzpraxis für Halbleiter"
Carl Hanser Verlag, München, 1967
- {11} H.M. Rosenberg, "Low Temperature Solid State Physics",
Oxford U.P., London, 1963
- {12} D.M. Brown, R. Bray, Phys.Rev. 127 (1962) 1593
- {13} S.M. Puri, T.H. Geballe in "Semiconductors and
Semimetals", Ed. Willardson, Beer; Vol. 1, 203
Academic Press, New York and London, 1966
- {14} A. Haug, "Theoretische Festkörperphysik" II
Franz Deuticke, Wien, 1970

Herrn Prof. Dr. M. Henzler gilt mein aufrichtiger Dank für die Möglichkeit der Fertigstellung dieser Arbeit sowie für die zahlreichen Anregungen und Ratschläge, die mir eine große Hilfe waren.

Den Mitgliedern des Instituts B für Experimentalphysik der Universität Hannover danke ich für ihre stete Hilfsbereitschaft; insbesondere möchte ich mich bei Herrn Dr. E. Kaden für seine Unterstützung und die vielen Diskussionen bedanken.

Mein Dank gilt ferner den Mitarbeitern der Werkstatt, besonders Herrn Zisenis für die schnelle Lösung technischer Probleme sowie Herrn Schaper für die reibungslose Versorgung mit Kältemitteln.



L e b e n s l a u f

Heinz-Lorenz Günter

31.8.1940

geboren in Ahrbergen/Hildesheim

Vater : Franz Günter

Mutter: Adelheid Günter, geb. Machens

Schulausbildung

1947 - 1952

Volksschule in Ahrbergen

1952 - 1954

Gymnasium Josephinum in Hildesheim

1954 - 1963

Kaiser-Wilhelm-Gymnasium in Hannover

Studium

1963 - 1968

TU Berlin, Fachrichtung Physik

1968 - 1971

TU Hannover, Fachrichtung Physik

Diplom-Hauptprüfung am 21.5.1971

Hochschultätigkeit

ab 1.7.1971

Wissenschaftlicher Angestellter an der
TU Hannover

